KÖZÉPISKOLAI MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI LAPOK
INFORMATIKA ROVATTAL BŐVÍTVE

ALAPÍTOTTA: **ARANY DÁNIEL** 1894-ben

74. évfolyam 6. szám — Budapest, 2024. szeptember

Megjelenik évente 9 számban, januártól májusig és szeptembertől decemberig havonta. ÁRA: 1450 Ft

TARTALOMJEGYZÉK

A szerkesztőség címe: 1117 Budapest,
Pázmány Péter sétány 1/C III. emelet 3.405.
Telefon: + 36 20 320-1143
A lap megrendelhető a
`https://komalujsag.myshoprenter.hu`
oldalon keresztül.
Előfizetési díj egy évre: 12 000 Ft

E-mail: `szerk@komal.hu`
Internet: `http://www.komal.hu`
This journal can be ordered from the Editorial office:
Pázmány Péter sétány 1/C III. emelet 3.405.
1117–Budapest, Hungary
telephone: +36 20 320-1143
or on the Internet:
`https://komalujsag.myshoprenter.hu`.

Kedves Tanuló, Tisztelt Tanár Kolléga!

A Bolyai János Matematikai Társulat, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat,
a MATFUND Alapítvány és
a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok szerkesztősége szeretettel
meghívja a

KöMaL Ifjúsági Ankétra,

amelynek tervezett időpontja:

2024. november 2–3.

Helyszín: ELTE TTK, Budapest, XI. Pázmány P. sétány 1/A. Fizika épület. A szállással és étkezéssel kapcsolatos információk, a részletes program és a jelentkezéshez kitöltendő űrlap honlapunkon lesz elérhető: `http://www.komal.hu`.

Az Ankét támogatói:

Az Ifjúsági Ankéton minden érdeklődőt szívesen látunk, az előadások nyilvánosak. A pontversenyek **díjazottjai és a dicséretesek közül az első öt helyezett, valamint tanáraik térítésmentes étkezést** (két ebéd és állófogadás), a **nem budapestiek** ezenkívül **térítésmentes szállást** igényelhetnek az űrlapon keresztül. Kérünk minden érdeklődőt, hogy részvételi szándékát, illetve szállás és/vagy étkezés igénylését mielőbb jelezze az űrlap kitöltésével!

Rövid előzetes program

Szombat – délelőtt 10 órától előadások, délután 3-tól díjkiosztó.
Vasárnap – előadások.
A programváltoztatás jogát fenntartjuk.

Beszámoló a 65. Nemzetközi Matematikai Dákolimpiáról

Az idei Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát július 11. és 22. között az Egyesült Királyság rendezte meg Bath városában 108 ország és 609 diák részvételével. (Eredetileg Ukrajna nyerte el a rendezés jogát, de a háború miatt új helyszínre volt szükség.)

A versenyen, szokás szerint, mindkét napon négy és fél óra alatt három-három feladatot kellett megoldani. A feladatok szövegét alább közöljük. Mindegyik feladat helyes megoldásáért 7 pont járt, így egy versenyző maximális teljesítménnyel 42 pontot szerezhetett, ami idén egyedül egy kínai diáknak sikerült. A versenyzők pontszáma a koordinátorok és a csapatvezetők közötti egyeztetés során alakult ki. A verseny befejezése után megállapított ponthatárok szerint aranyérmet a 29–42, ezüstérmet a 22–28, míg bronzérmet a 16–21 pontot elérő tanulók szereztek. A magyar diákok kiválóan teljesítettek, az országok nem-hivatalos pontversenyében a **8. helyet szerezték meg, ami az elmúlt két évtized legjobb szereplésének számít**. Ráadásul **Simon László Bence az egész mezőny 5. legmagasabb pontszámát érte el**. Érdemes még megemlíteni, hogy a rendkívül nehéznek bizonyuló harmadik feladatra a magyar diákok közül ketten is (lényegében) teljes megoldást adtak.

A magyar csapat tagjai és az elért eredményük:

Simon László Bence (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. o. t.) 35 ponttal és

Szakács Ábel (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. o. t.) 30 ponttal *aranyérmet* nyert.

Czanik Pál (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. o. t.) 25 ponttal,

Bodor Mátyás (Csíkszereda, Márton Áron Gimn., 10. o. t.) 22 ponttal és

Varga Boldizsár (Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 11. o. t.) 22 ponttal *ezüstérmet* szerzett.

Tarján Bernát (Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 12. o. t.) 21 ponttal *bronzérmet* kapott.

Harangi Viktor (Rényi Intézet) a magyar csapat vezetőjeként,

Dobos Sándor (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) a magyar csapat helyettes vezetőjeként,

Kós Géza (ELTE TTK Analízis Tanszék; SZTAKI) a Diákolimpiát irányító testület (IMO Board) választott tagjaként és a Feladatkiválasztó Bizottság tagjaként, illetve koordinátorként, *Kunszenti-Kovács Dávid* (ELTE TTK Alkalmazott Analízis Tanszék; Rényi Intézet) az IMO Board tagjaként és a norvég csapat vezetőjeként,

Záhorský Ákos a szlovák csapat helyettes vezetőjeként,

Hraskó András és Jankó Zsuzsanna önkéntes segítőként,

Beke Csongor és Szabó Kornél pedig koordinátorként működött közre az olimpián.

Nádor Artúr a finn csapat tagjaként versenyzett.

A 2027-es IMO szervezői gárdájából többen megfigyelőként vettek részt az idei diákolimpián tovább gyarapítva a szép számú magyar küldöttséget: *Hujter Bálint, Juhász Péter, Kabos Eszter, Karlócai Orsolya, Kiss Melinda Flóra, Kós Rita.*

Az országok nem hivatalos pontversenyének élmezőnye: **1.** USA 192 pont, **2.** Kína 190, **3.** Dél-Korea 168, **4.** India 167, **5.** Belarusz 165, **6–7.** Szingapúr és Egyesült Királyság 162, **8.** Magyarország 155, **9–10.** Lengyelország és Törökország 151, **11.** Tajvan 149, **12.** Románia 145, **13.** Bosznia-Hercegovina 144, **14–15.** Olaszország és Japán 143, **16–17.** Izrael és Mongólia 142, **18.** Hongkong 140, **19.** Irán 137, **20.** Brazília 134, **21.** Franciaország 133, **22.** Szerbia 132, **23.** Kanada 131, **24.** Mexikó 129, **25–26.** Ausztria és Kazahsztán 127.

Az `imo-official.org` honlapon az összes résztvevő versenyző neve és eredménye megtalálható.

Szeretnék köszönetet mondani a versenyzők tanárainak. A központi olimpiai felkészítő szakkör vezetője a helyettes csapatvezető, *Dobos Sándor* volt. A felkészítés részét képezte egy egyhetes táborozás június végén, *Dobos Sándor* és *Kiss Géza* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.), valamint *Kovács Benedek* és *Gáspár Attila* (ELTE TTK) vezetésével. A felkészítésben és a válogatóversenyek dolgozatainak javításában a tanév során sokan mások is részt vettek. Idén lelkes

fiatalok munkájának köszönhetően újabb elemmel bővült a diákok felkészülését segítő szakkörök listája: az „olimpiai iskola” tematikus foglalkozásain a tanév során egy tucat alkalommal vehettek részt az érdeklődők. A versenyzők további iskolai, szakköri, matematikatábori tanárainak alábbi felsorolásában a tanárok neve után monogramjukkal jelöltem azokat a diákokat, akik a tanítványaik: *Borbényi Márton* (S. L. B.), *Dobos Sándor* (C. P., B. M., S. L. B., Sz. Á., T. B., V. B.), *Gyenes Zoltán* (C. P., S. L. B., Sz. Á., V. B.), *Holló Gábor* (T. B., V. B.), *Hujter Bálint* (S. L. B., Sz. Á.), *Kiss Géza* (S. L. B., Sz. Á.), *Kocsis Szilveszter* (C. P.), *Kovács Benedek* (B. M., T. B.), *Lenger Dániel* (C. P.), *Molnár-Szabó Vilmos* (Sz. Á.), *Nádor Benedek* (C. P.), *Nagy Kartal* (B. M., Sz. Á.), *Nagy Zoltán Lóránt* (S. L. B., T. B.), *Pósa Lajos* (C. P., Sz. Á.), *Sándor András* (C. P., V. B.), *Surányi László* (S. L. B., Sz. Á., V. B.), *Terpai Tamás* (Sz. Á.).

A verseny után a diákok ellátogathattak Oxfordba és a Stonehenge-hez is, illetve számos izgalmas, matematikai jellegű előadást hallgathattak meg. Az eladók között három Fields-medálos matematikus is volt: Maryna Viazovska, James Maynard és Terence Tao.

A következő matematikai diákolimpiát Ausztrália rendezi: 2025. július 10–20. között Sunshine Coast ad otthont az eseménynek.

Harangi Viktor

A 65. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia feladatai

Első nap

1. feladat. *Határozzuk meg az összes α valós számot, amelyre minden pozitív egész n esetén teljesül, hogy n osztja a következő egész számot:*

$$\lfloor\alpha\rfloor+\lfloor 2\alpha\rfloor+\dots+\lfloor n\alpha\rfloor.$$

(A $\lfloor z\rfloor$ a legnagyobb egész számot jelöli, amely kisebb vagy egyenlő, mint z. Például $\lfloor -\pi\rfloor=-4$ és $\lfloor 2\rfloor=\lfloor 2{,}9\rfloor=2$.)

2. feladat. *Határozzuk meg az összes, pozitív egészekből álló (a,b) számpárt, melyre léteznek g és N pozitív egészek úgy, hogy*

$$\mathrm{lnko}(a^n+b,b^n+a)=g$$

teljesül minden $n\geqslant N$ egészre. (Az x és y egész számok legnagyobb közös osztóját $\mathrm{lnko}(x,y)$ *jelöli.)*

3. feladat *Legyen a_1, a_2, a_3, … pozitív egészek egy végtelen sorozata, valamint legyen N egy pozitív egész. Tegyük fel, hogy minden $n>N$ esetén a_n megegyezik azzal a számmal, ahányszor a_{n-1} az a_1, a_2, …, a_{n-1} sorozatban szerepel.*

Bizonyítsuk be, hogy a_1, a_3, a_5, … és a_2, a_4, a_6, … sorozatok valamelyike egy idő után periodikus.

(A b_1, b_2, b_3, … végtelen sorozat egy idő után periodikus, *ha léteznek p és M pozitív egészek, melyekre $b_{m+p}=b_m$ minden $m\geqslant M$ esetén.)*

Második nap

4. feladat. *Tegyük fel, hogy az ABC háromszögben $AB < AC < BC$. Jelölje ω az ABC háromszög beírt körét, I pedig ω középpontját. Legyen X a BC egyenes C-től különböző pontja úgy, hogy az X-en átmenő, AC-vel párhuzamos egyenes érinti ω-t. Továbbá legyen Y a BC egyenes B-től különböző pontja úgy, hogy az Y-on átmenő, AB-vel párhuzamos egyenes érinti ω-t. Messe az AI egyenes az ABC háromszög körülírt körét a $P \neq A$ pontban. Jelölje K és L az AC, illetve AB szakasz felezőpontját.*

Bizonyítsuk be, hogy $KIL\sphericalangle + YPX\sphericalangle = 180^\circ$.

5. feladat *Turbó, a csiga a következő játékot játssza egy* 2024 *sorból és* 2023 *oszlopból álló táblán, melynek* 2022 *mezőjén egy-egy szörny rejtőzik. Kezdetben Turbó nem ismeri a szörnyek helyét, de tudja, hogy az első és utolsó sort leszámítva minden sorban pontosan egy, valamint minden oszlopban legfeljebb egy szörny található.*

Turbó kísérleteket tesz arra, hogy eljusson az első sorból az utolsóba. Minden kísérlete során kiválasztja, hogy az első sor melyik mezőjéből indul, majd minden lépésében egy oldalszomszédos mezőre lép. (Visszatérhet olyan mezőre, melyen már járt.) Ha olyan mezőre lép, ahol szörny rejtőzik, akkor véget ér a kísérlete, visszakerül az első sorba, és új kísérletet kezd. A szörnyek nem változtatják a helyüket, és Turbó emlékszik, hogy az általa meglátogatott mezők közül melyeken volt szörny. Ha az utolsó sor bármelyik mezőjét eléri, akkor befejeződik a kísérlet, és a játék véget ér.

Határozzuk meg azt a minimális n értéket, melyre Turbónak létezik olyan stratégiája, amellyel a szörnyek elhelyezkedésétől függetlenül biztosan eléri az utolsó sort legfeljebb n kísérlettel.

6. feladat *Jelölje $\mathbb{Q}$ a racionális számok halmazát. Egy $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ függvényt* pimasz*nak nevezünk, ha rendelkezik a következő tulajdonsággal: minden x, $y \in \mathbb{Q}$ esetén fennáll, hogy*

$$f\big(x + f(y)\big) = f(x) + y \qquad \textit{vagy} \qquad f\big(f(x) + y\big) = x + f(y).$$

Mutassuk meg, hogy létezik c egész szám úgy, hogy minden f pimasz függvényre legfeljebb c különböző racionális szám áll elő $f(r) + f(-r)$ alakban, ahol r racionális szám; valamint határozzuk meg c legkisebb lehetséges értékét.

Olimpiai előkészítő szakkörök a 2024/25. tanévben

A Bolyai János Matematikai Társulat által szervezett **Központi szakkör** első három időpontja 2024-ben: szeptember 20.; október 11. és október 25.; mindig 14:30 és 17:00 között. Helyszín: Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló általános Iskola és Gimnázium (VIII. kerület, Horváth Mihály tér 8., 1. emelet 127/a terem).

Tavaly indult kísérleti jelleggel az **Olimpiai Iskola**. Ezek idén is három órás tematikus foglalkozások lesznek, mindig szombati napon, szintén a Budapesti Fazekasban, 10 és 13 óra között. Az idei első két foglalkozás szeptember 28-án és október 19-én lesz.

E két szakkörről egy részletesebb tájékoztató, valamint a regisztrációs lapok a `https://olimpiak.bolyai.hu/olimpiak/hu/node/1` honlapon érhetőek el.

A **Csongrád-Csanád megyei szakkör** első alkalma 2024. szeptember 19-én (csütörtök) lesz 15:00-tól 17:00-ig a szegedi Bolyai Intézet (Szeged, Aradi vértanúk tere 1.) I. emeleti Riesz termében. Utána kéthetente ugyanebben az időpontban lesznek a foglalkozások.

Nem csak a nemzetközi matematikai diákversenyekre segíthetik a felkészülést az **Erdős Pál Matematikai Tehetséggondozó Iskola** veszprémi foglalkozásai. Az egyes foglalkozásokra a diákok egyénileg jelentkezhetnek 2024. szeptember 16-ig az Erdős Iskola honlapján: `www.erdosprogram.hu`. Az idei első foglalkozás szeptember 27- 29. között lesz Veszprémben.

Az IMO, EGMO és MEMO válogató versenyeinek időpontjai és a felkészüléssel kapcsolatos további információk a `https://cms.renyi.hu/olimpiak/hu` oldalon találhatóak.

EGMO 2024/2025 felhívás

2025. április 11. és 17. között Koszovóban, Pristina városában kerül megrendezésre a tizennegyedik Európai Leány Matematikai Diákolimpia, az EGMO (`https://www.egmo.org/`). Országunk a versenyen egy négyfős csapattal képviseltetheti magát, amelynek összetétele 2025. elején derül majd ki.

A válogatás szempontjai: a válogatóversenyeken (2024. október, 2024. november és 2025. január) elért eredmények.

A versenyen való sikeres szerepléshez, illetve a kiutazó csapatba kerüléshez is alapvetően nélkülözhetetlen az alapos felkészülés, ezt többféleképpen is szeretnénk segíteni. Év közben havi rendszerességgel tematikus gyakorló feladatsorokat küldünk az érdeklődőknek és a beküldött megoldásaikra személyesen is visszajelzünk. Emellett a válogatók összesített eredménye alapján a legeredményesebb diákok meghívást kapnak egy tavaszi intenzív EGMO felkészítő hétvégére is.

A felkészülésbe érdemes minél előbb, akár már kilencedikesként bekapcsolódni. Minden lány jelentkezését szeretettel várjuk, akit érdekel a versenyrészvétel lehetősége és nem riad vissza attól sem, hogy ebbe komolyabb munkát fektessen. A felkészülésről és a válogatás szabályairól a `https://cms.renyi.hu/olimpiak/` oldal EGMO füle alatt találtok további részleteket. Emellett bármilyen kérdés esetén bátran írhattok az `egmo.hungary@gmail.com` címre is.

Kiss Melinda Flóra, Kocsis Anett

Gyakorló feladatsor emelt szintű matematika érettségire

Kedves Olvasók!

Ezek a feladatsorok azért készülnek, hogy felkészülési lehetőséget biztosítsanak az írásbeli érettségire azoknak, akik emelt szintű vizsgát kívánnak tenni. A feladatsorokat tapasztalt tanárok állítják össze, köztük olyanok is, akik maguk is részt vesznek az érettségi feladatok összeállításában.

Idén is lehetőségetek van beküldeni a megoldásotokat az

emeltkomal@gmail.com

címre. A beérkezett dolgozatokat kijavítjuk és visszaküldjük, így is segítve a felkészüléseteket. (A beküldéssel kapcsolatos technikai tudnivalókat a feladatsor végén találjátok meg.)

A legszorgalmasabb, illetve a legeredményesebb beküldők között a tanév végén KöMaL ajándéktárgyakat sorsolunk ki.

Sikeres felkészülést kívánunk!

I. rész

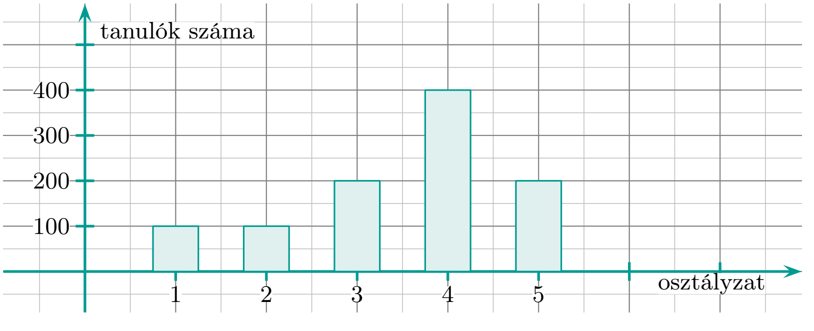
1. *a)* Oldjuk meg az $\log_x(64x^2) = -4$ egyenletet a pozitív valós számok halmazán. *(5 pont)*

b) Oldjuk meg a $\dfrac{(2x+14)(x-2)}{(x-7)(x+5)} > 2$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán. *(7 pont)*

2. Egy középiskola tanulói az elmúlt tanév végén matematikából az alábbi oszlopdiagramon szemléltetett osztályzatokat szerezték:

a) Számítsuk ki az osztályzatok szórását. *(5 pont)*

b) Készítsünk dobozdiagramot az adatok szemléltetésére. *(7 pont)*



3. Három pozitív egész szám szorzata 33 339 600. Az elsőt 3-mal, a másodikat 4-gyel, a harmadikat 5-tel megszorozva ugyanazt a számot kapjuk.

a) Melyek ezek a számok? *(5 pont)*

Egy paralelogramma átlói által közbezárt szög nagysága $77^\circ\,17'$, az átlók hossza 386 cm és 42 dm.

b) Adjuk meg (egészre kerekítve) a paralelogramma oldalainak centiméterben mért hosszát. *(7 pont)*

4. *a)* Ábrázoljuk az $f\colon\ ]-3;3[\ \to \mathbb{R};\ f(x)=\left|\left(\frac{1}{5}\right)^{x+2}-1\right|$ függvény grafikonját koordináta-rendszerben, és adjuk meg f értékkészletét. *(6 pont)*

b) Határozzuk meg az f értelmezési tartományának azon elemeit, amelyekre $f(x)=0{,}8$. *(6 pont)*

c) Hol metszi az f függvény grafikonja az y-tengelyt? *(3 pont)*

II. rész

5. Egy derékszögű háromszög oldalhosszai számtani sorozatot alkotnak (azaz a hosszabb befogó ugyanannyival nagyobb a rövidebb befogónál, amennyivel az átfogó hosszabb nála).

a) Hányszorosa a háromszög köré írt kör területe a háromszögbe írható kör területének? *(8 pont)*

b) A háromszög átfogójához tartozó magasságának hossza 24 egység. Mekkora a háromszög kerülete? *(4 pont)*

c) Adott az $a_n=\dfrac{42n^3-24n+2000}{6n^2-100}$ sorozat. Konvergens-e ez a sorozat? Indokoljuk válaszunkat. *(4 pont)*

6. Legyen T azon 12-jegyű pozitív egész számok halmaza, amelyek tízes számrendszerbeli alakjában legalább egyszer szerepel a 2024 blokk. (T eleme például a 120 245 678 900 és a 202 477 772 024, viszont nem eleme az 520 022 444 202.)

a) Hány elemű a T halmaz? *(8 pont)*

b) Pistike a T halmazból véletlenszerűen kiválaszt egyszerre három számot. Mekkora a valószínűsége, hogy mindhárom szám 1-nél többször tartalmazza a 2024 blokkot? *(5 pont)*

c) Móricka a T halmazból véletlenszerűen visszatevéssel választ ki három számot. Mekkora a valószínűsége, hogy mindhárom szám 1-nél többször tartalmazza a 2024 blokkot? *(3 pont)*

7. *a)* Határozzuk meg az alábbi állítások logikai értékét. Indokoljuk válaszunkat. *(8 pont)*

A: Van olyan függvény, amelyet négyszer egymás után deriválva önmagát kapjuk.

B: Ha egy függvény folytonos egy pontban, akkor abban a pontban differenciálható.

C: Ha egy függvénynek egy pontban az első és a második deriváltja is nulla, akkor abban a pontban inflexiós pontja van.

b) Fogalmazzuk meg az előző feladatrész **B** állításának megfordítását és állapítsuk meg a megfordítás logikai értékét. (Indoklás nem szükséges.) *(3 pont)*

c) Fogalmazzuk meg a *b)* feladatrész megoldásaként leírt állítás tagadását. *(2 pont)*

d) Fogalmazzuk meg az *a)* feladatrész **C** állításának megfordítását és állapítsuk meg a megfordítás logikai értékét. (Indoklás nem szükséges.) *(3 pont)*

8. Adott a $k_1: x^2+y^2-20x+10y-19=0$ egyenletű kör. A k_2 kör kerülete a k_1 kör kerületénél ennek 75%-ával kisebb. A két kör koncentrikus.

a) Írjuk fel a k_2 kör egyenletét. *(5 pont)*

b) Mutassuk meg, hogy a $P(10;-2)$ pont illeszkedik a k_1 vagy a k_2 körre. *(3 pont)*

c) Határozzuk meg a k_2 kör $Q(7;-5)$ pontjában húzott érintőegyenesének egyenletét. *(5 pont)*

A k_1 kör belsejében véletlenszerűen kiválasztunk egy pontot.

d) Mekkora a valószínűsége, hogy a kiválasztott pont a k_2 körön kívül van, ha a körön bármely alakzat eltalálásának valószínűsége egyenesen arányos annak területével? *(3 pont)*

9. *a)* Bizonyítsuk be, hogy bármely trapéz területét felező, az alapokkal párhuzamos szakasz hossza éppen az alapok négyzetes közepével egyenlő. *(11 pont)*

b) Egy trapéz egyik alapjának hossza 5 cm, a trapéz területét felező, az alapokkal párhuzamos szakasz hossza 45 cm. Számítsuk ki a másik alap hosszának pontos értékét. *(5 pont)*

Kozma Katalin Abigél
Győr

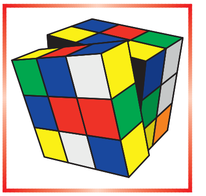
Technikai tudnivalók a beküldéshez

A megoldásodat az `emeltkomal@gmail.com` címre küldheted be, a határidő a feladatsor megjelenését követő hónap 7. napja.

A megoldást szkennelve vagy fényképezve, lehetőség szerint egyetlen pdf fileban mellékeld a leveledhez. A megoldás leírásakor és szkennelésekor/fényképezésekor is ügyelj a jól olvashatóságra! Ha a kép felbontása 200 dpi, akkor az általában megfelelő.

A dolgozatból egyértelműen derüljön ki, hogy ki készítette, tehát tüntesd fel az elején a nevedet, iskoládat, osztályodat!

A kijavított dolgozatot arra a címre küldjük vissza, ahonnan az eredeti érkezett.



Rejtvények, ördöglakatok
Átkelés a folyón

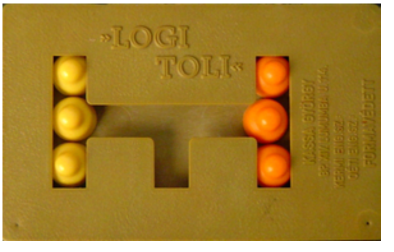
Rovatunkban minden hónapban valamilyen szórakoztató matematikai fejtörőt mutatunk be. Ezek között fontos helyet foglalnak el a különböző kirakós játékok, topológiai feladványok, ördöglakatok és a matematikát felhasználó bűvészmutatványok.

Manapság szinte mindent meg lehet találni az interneten, de az igazi élményt az adja, ha a feladatokat magunk oldjuk meg, a bűvészmutatványok trükkjeit mi találjuk ki, és a szükséges kellékeket is mi tervezzük meg és készítjük el. Próbáljuk meg a feladatokat továbbgondolni, általánosítani, igyekezzünk új feladatokat kitalálni.

Szeptemberi és októberi számunkban néhány olyan játékot mutatunk be, ahol néhány tárgyat vagy személyt kell mozgatunk, és egy megadott kezdőállapotból egy – szintén megadott – végállapotba kell eljutnunk. A játékok egy része – és több általánosításuk – az interneten, online játszható. A megoldásokra októberben visszatérünk.

Logi-toli

A Logi-toli játék Kassa Györgytől származik. A bal oldalon álló – a képen citromsárga – három bábut kell felcserélnünk a jobb oldalon álló – narancssárga – bábukkal úgy, hogy a bábukat csak a középen kialakított pályán tologathatjuk. A pálya méreteit úgy is tekinthetjük, hogy összesen 4 bábunyi hely marad üresen, tehát a bábukat összesen 10 lehetséges hely között mozgatjuk.



Forrás:
https://ordoglakat.blog.hu

A farkas, a kecske és a káposzta

https://www.transum.org/software/River_Crossing/Level1.asp

Ez egy jól ismert, folklór feladat. Csónakunkkal át kell vinnünk egy folyón egy farkast, egy kecskét és egy nagy fej káposztát úgy, hogy egyszerre legfeljebb csak az egyiket vihetjük magunkkal. Érthetően vigyáznunk kell, hogy a farkas és a kecske ne maradjon együtt őrizetlenül, és ugyanígy, a kecskét sem hagyhatjuk magára a káposztával. (A fenti internetes változatban répa szerepel a káposzta helyett.)

A rendőr, a fegyenc és a furcsa „család”

https://dagobah.net/flash/riverIQGame.swf

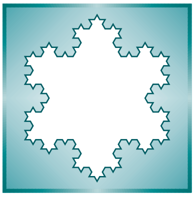
Ha sikerült épségben átvinnünk a farkast, a kecskét és a káposztát a folyón, következzen egy sokkal nehezebb változat, ami az ezredforduló környékén volt sláger.

Összesen nyolc személyt kell tutajon átjuttatnuk a folyó túloldalára: egy rendőrt, egy fegyencet, egy apát, egy anyát, két kisfiút és két kislányt.

- A tutajon egyszerre legfeljebb két személy kelhet át, és legalább az egyiknek felnőttnek (a rendőr, az apa vagy az anya) kell lennie.
- A fegyenc nem maradhat együtt semmilyen más személlyel a rendőr felügyelete nélkül, mert megveri. (Az megengedett, hogy a fegyenc teljesen egyedül maradjon.)
- Nem maradhat egyik kislány sem az apa mellett az anya nélkül.
- Nem maradhat egyik kisfiú sem az anya mellett az apa nélkül. (Elég sajátos család.)

Jó szórakozást!

Kós Géza



Matematika C gyakorlatok megoldása

C. 1792. *Az ABC háromszög AB és AC oldalának felezőpontja F, illetve E. Legyen P és Q a háromszög síkjának tetszőleges két pontja. A P pontnak az E-re, a Q pontnak az F-re vonatkozó tükörképe legyen P', illetve Q'. A PB szakasz felezőpontja M, a QC szakasz felezőpontja N. Bizonyítsuk be, hogy $MN \parallel P'Q'$ és $P'Q' = 2MN$.*

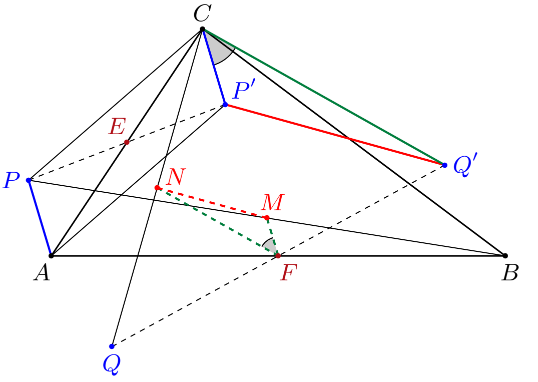
Javasolta: *Van Khea* (Kambodzsa)

I. megoldás. A feltételek miatt a CQ szakasz felezőpontja N, a QQ' szakasz felezőpontja F, ezért ha létrejön a CQQ' háromszög, akkor FN a CQ' oldallal párhuzamos középvonal, tehát $NF \parallel CQ'$ és $2|NF| = |CQ'|$, ha pedig nem jön létre a háromszög (mert Q vagy Q' azonos a C ponttal), akkor F a QQ' (vagyis CQ vagy CQ') szakasz felezőpontja, tehát ismét csak teljesül, hogy $NF \parallel CQ'$ és $2|NF| = |CQ'|$.

Hasonlóképpen: $MF \parallel AP$, illetve $2|MF| = |AP|$.

Mivel az AC szakasz felezőpontja E és a tükrözés miatt a PP' szakasz felezőpontja is E, ezért AP E-re vonatkozó tökörképe CP', így $|AP| = |CP'|$, ez pedig $2|MF| = |AP|$ alapján azt jelenti, hogy $2|MF| = |CP'|$ is igaz.

Ugyanakkor $AP \parallel CP'$ is teljesül (megjegyezzük, hogy a nulla hosszúságú szakasz minden iránnyal párhuzamos), ebből $AP \parallel MF$ alapján adódik, hogy $MF \parallel CP'$ és $2|MF| = |CP'|$.



1. ábra

Az $NF \parallel CQ'$ és $MF \parallel CP'$ eredményekből következik, hogy $NFM\sphericalangle = Q'CP'\sphericalangle$. Ha létrejönnek, akkor az FMN és $CP'Q'$ háromszögekben két-két oldal aránya egyenlő, hiszen $2NF = CQ'$ és $2MF = CP'$, továbbá a két-két szakasz által bezárt szög egyenlő, ezért a FMN és $CP'Q'$ háromszögek valóban hasonlók. A két háromszögben az egymásnak megfelelő oldalak párhuzamosak egymással, ezért

$$NM \parallel P'Q',$$

a hasonlóság aránya pedig

$$\frac{MN}{P'Q'} = \frac{1}{2},$$

amelyből $|P'Q'| = 2|MN|$ következik.

Ha nem jön létre a két háromszög (mert F, M, N, illetve C, Q, Q' egy egyenesbe esik), akkor az $NF \parallel Q'C$, illetve $FM \parallel CP'$ feltételekből és a $2|MF| = |P'C|$ és $2|FN| = |CQ'|$ arányokból következik, hogy $NM \parallel P'Q'$ és $2|MN| = |P'Q'|$.

Ezzel a feladat állítását bizonyítottuk.

Inokai Ádám (Szeged, Radnóti M. Kís. Gimn., 11. o. t.) dolgozata alapján

II. megoldás. Legyen P és Q két tetszőleges pont az ABC háromszög síkjában. Indítsunk vektorokat az A pontból B, C, P, Q pontokba, ezek a vektorok legyenek rendre $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{p}$, $\overrightarrow{q}$ (*2. ábra*).

Ekkor nyilvánvaló, hogy egyrészt

(1) $$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{c}; \quad \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{b},$$

másrészt a vektorok különbsége alapján

(2) $$\overrightarrow{EP} = \overrightarrow{p} - \frac{1}{2}\overrightarrow{c}; \quad \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{q} - \frac{1}{2}\overrightarrow{b},$$

az ellentett vektorok tulajdonsága miatt pedig

(3) $$\overrightarrow{EP'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{c} - \overrightarrow{p}; \quad \overrightarrow{FQ'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{b} - \overrightarrow{q}.$$

Elegendő bizonyítani, hogy $\overrightarrow{Q'P'} = 2\overrightarrow{MN}$, mert ebből a feladat mindkét állítása következik.

Nyilvánvaló, hogy

$$\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FQ'} + \overrightarrow{Q'P'} + \overrightarrow{P'E} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{0},$$

hiszen egymáshoz csatlakozó vektorokat adtunk össze és az első összeadandó vektor kezdőpontja, valamint az utolsó vektor végpontja azonos. Ugyanakkor $\overrightarrow{EA} = -\overrightarrow{AE}$ és $\overrightarrow{P'E} = -\overrightarrow{EP'}$, ezért

$$\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FQ'} + \overrightarrow{Q'P'} - \overrightarrow{EP'} - \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{0}. \tag{4}$$

Ebből az (1), (2), (3) összefüggések alapján azt kapjuk, hogy

$$\overrightarrow{Q'P'} = \overrightarrow{c} + \overrightarrow{q} - \overrightarrow{b} - \overrightarrow{p}. \tag{5}$$

Hasonlóan írhatjuk fel, hogy

$$\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EP} = \overrightarrow{0}, \tag{6}$$

ahol egyrészt

$$\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{b} - \overrightarrow{p}; \quad \overrightarrow{QC} = \overrightarrow{c} - \overrightarrow{q}$$

és így

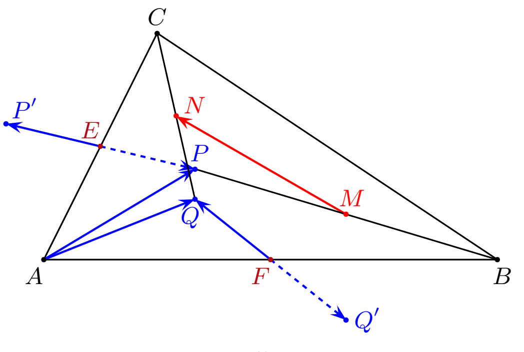
$$\overrightarrow{PM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{b} - \overrightarrow{p}\right); \quad \overrightarrow{QN} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{c} - \overrightarrow{q}\right), \tag{7}$$

másrészt $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{QN}$, illetve $\overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{AE}$ és az (1), (2), (6), (7) összefüggések miatt

$$\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{b} - \overrightarrow{p}\right) + \overrightarrow{MN} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{c} - \overrightarrow{q}\right) - \frac{1}{2}\overrightarrow{c} + \overrightarrow{p} - \frac{1}{2}\overrightarrow{c} = \overrightarrow{0},$$

egyszerűen adódik, hogy

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{c} + \overrightarrow{q} - \overrightarrow{b} - \overrightarrow{p}\right). \tag{8}$$

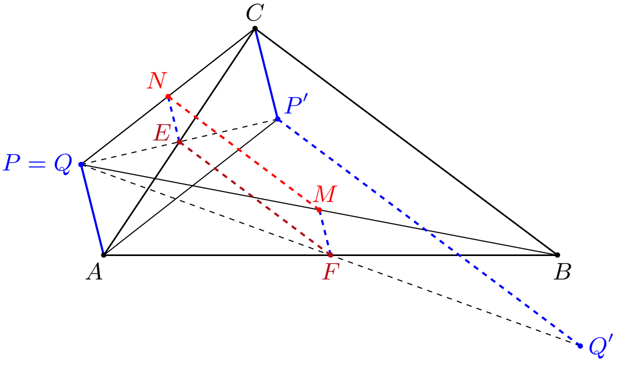


2. ábra

Az (5) és (8) eredmények összevetéséből azonnal következik, hogy $\overrightarrow{Q'P'} = 2\overrightarrow{MN}$ valóban teljesül. Ezzel a feladat állítását bizonyítottuk.

Göőz Lilla (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 11. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A honlapon olvashatóhoz hasonló, vektorokat is használó szép koordináta-geometriai megoldást adott a feladatra *Barna Márton* (a szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium 11. évfolyamos tanulója). A fenti II. megoldás azonban nem használ koordinátákat, csak vektorokat.



3. ábra

2. A feladat állítása nem függ attól, hogy a P és Q pontok a síkban hogyan helyezkednek el, a II. megoldásból ez szépen leolvasható.

3. Ha a P és Q pontok azonosak (*3. ábra*), akkor a feladat állítását lényegesen egyszerűbben igazolhatjuk.

Az MN ugyanis a BCP háromszög középvonala, így $MN = \frac{1}{2}BC$, az EF pedig a $P'Q'P$ és az ABC háromszög közös középvonala, ezért $P'Q' = BC$, továbbá a középvonalaknak a nem felezett oldallal párhuzamos tulajdonságából adódik, hogy $P'Q' \parallel BC \parallel MN$.

4. A *2. ábra* alapján – felhasználva, hogy N a CQ, M pedig a BP szakasz felezőpontja, valamint azt, hogy P és Q E-re, illetve F-re vonatkozó középpontos tükörképe P', Q':

$$2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AP'},$$
$$2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AQ'}.$$

Innen $2(\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM}) = \overrightarrow{AP'} - \overrightarrow{AQ'}$, azaz $P'Q'$ párhuzamos MN-nel, és fele olyan hosszú.

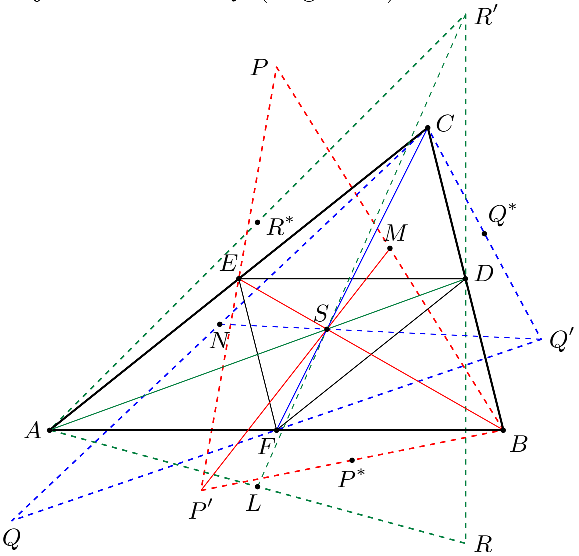
Érkezett 42 dolgozat. 5 pontos 25, 4 pontos 4, 3 pontos 5, 2 pontos 1, 1 pontos 3, 0 pontos 4.

Megjegyzés a C. 1792. feladat megoldásához

Manapság egyre többen és egyre többször használunk számítógépes szerkesztőprogramot a geometriai feladatokhoz. Ezek a programok rendszerint ábécé rendben adnak nevet a felvett pontoknak. Mindig felkelti az érdeklődésemet, ha egy feladatban sorra jönnek a betűk, aztán egyszer csak egy kimarad. (Ebben a feladatban van A, B, C, E, F, de nincsen D.) Vajon melyik lehetett az a pont?

Ez esetben nem nehéz rájönni, hogy a D pont a BC oldal felezőpontja lehetett. Vizsgáljuk meg, mi mást látunk, ha felvesszük a D pontot, sőt, a továbbiakban a P, Q mellett a megfelelő R pontot is.

Észrevehetjük azt is, hogy felvettük ugyan a P és a Q pontot (és majd az R-et is), ám azonkívül, hogy tükrözzük őket, soha többé nem használjuk érdemben. Felmerülhet bennünk a gyanú: nekünk nem is a P és a Q (meg az R) kell, hanem valójában a P' és a Q' (meg az R').



Fogalmazzuk át a feladatot eszerint. Adott az ABC háromszög, az oldalak felezőpontja adott sorrendben D, E, F, továbbá vegyük fel a P' és Q', valamint R' pontokat tetszőlegesen. A P, a Q és az R az ezek megfelelő tükrözésével kapott pontok.

Hogyan kapjuk meg tehát – például – az M pontot? Tükrözzük P'-t E-re, majd az így kapott P pont segítségével a PB felezőpontját vesszük. Ez a $P'PB$ (esetleg torz) háromszög P-vel szemközti oldalfelező pontja. Eszerint a $P'BP$ háromszögben $P'M$ súlyvonal. Ugyancsak súlyvonal a BE, amely viszont az ABC háromszögnek is súlyvonala, így BE-nek B-től távolabb eső harmadolópontja a két háromszög közös súlypontja (jelölje S). Eszerint P' az M-nek S középpontú, (-2) arányú hasonlósággal kapható képe.

Hasonló igaz a $QQ'C$ (esetleg torz) háromszögben: NQ' és CF súlyvonalak, ez utóbbi C-től távolabbi harmadolópontja S, vagyis N-et a Q'-be ugyanaz a (fenti) középpontos hasonlóság viszi.

Ebből már következik a feladat állítása: $P'Q' \parallel MN$ és $2|P'Q'| = |MN|$, azonban tovább is mehetünk. Nevezetesen, a $P'Q'R'$ (torz vagy valódi) háromszög képe ezen hasonlóság során MNL, és természetesen a DEF háromszög képe az ABC.

Mi több, P a $P'B$ felezőpontjának (P^*-nak) a képe, Q a CQ' felezőpontjáé (Q^*-é) és R az AR'-é (R^*-é). Így tehát ezen felezőpontok egy, a PQR (esetleg torz) háromszöghöz hasonló háromszöget határoznak meg.

Fried Katalin

Tájékoztató a folyóirat előfizetéséről

A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok megrendelhető a kiadónál, a MATFUND Alapítványnál a `https://komalujsag.myshoprenter.hu` oldalról vagy a KöMaL szerkesztőség címén. Az előfizetési díj a 2024–2025-ös tanévre (2024. szeptembertől 2025. júniusig) 12 000 Ft, egy lapszám fogyasztói ára 1450 Ft.

További részleteket a `https://www.komal.hu/megrendelolap/reszletek.h.shtml` oldalon találhatnak; sok egyéb mellett az azonos címre küldendő, 9-nél nagyobb példányszámú megrendelés esetén felhasználható csoportos előfizetési akcióinkat. Kérdéseiket a `megrendeleskomal@gmail.com` címen vagy a +36 20/320-4311 telefonszámon várjuk.

A webshophoz új regisztrációra csak új megrendelőinknek van szüksége (amely kizárólag a vásárláshoz kell). Egy vásárlói fiókból akár 5 különböző címre is kérhet szállítást, így címváltozás esetén sem kell újra regisztrálni. A regisztráció és a vásárlás menetéről megtekintheti rövid videónkat, amely a KöMaL online csatornáiról érhető el.

Az átutalás és készpénzes fizetés mellett továbbra is lehetőség van bankkártyás fizetésre (*Simple Pay*-en keresztül). Ugyanakkor csekket már nem küldünk az első számmal. A számlákat elektronikus úton juttatjuk el a megrendelőkhöz.

A Bolyai János Matematikai Társulat tagjai számára igénybevehető kedvezmények megegyeznek a korábbi években megszokottakkal (`www.bolyai.hu`), a kedvezmény érvényesítéséhez kérjük, használják a BOLYAI kuponkódot.

Versenykiírás[*]
a KöMaL 2024–2025. évi pontversenyeire

Kedves Versenyzőnk!

Matematikából, fizikából és informatikából különféle nehézségű pontversenyeket indítunk, egyénileg, illetve csapatban is lehet versenyezni, amelyeknek részletei a továbbiakban olvashatóak. A versenyek 9 hónapon keresztül, 2024. szeptemberétől 2025. június elejéig tartanak. Minden hónapban új feladatokat tűzünk ki, és a megoldásokat a következő hónap elejéig küldheted be. A verseny végeredményét a 2025. szeptemberi számunkban hirdetjük ki. A díjakat jövő ősszel, a KöMaL Ifjúsági Ankéton adjuk át.

A részvétel pontversenyeinkben a 2024/2025-ös tanévben is térítésmentes. Kérjük azonban versenyzőink szüleit, hozzátartozóit, vagy az őket támogató intézmé-

[*] Kérjük, hogy azok is figyelmesen olvassák el a Versenykiírást, akik tavaly már részt vettek valamelyik versenyünkben, mert néhány fontos változás történt.

nyeket, cégeket, hogy előfizetésükkel és adományaikkal segítsék a KöMaL fennmaradását.

Nevezés a versenyre

Versenyeinkben minden általános iskolás és középiskolás korú tanuló részt vehet.

Az Európai Unió Általános Adatvédelmi Rendelete (GDPR) értelmében **a 16 évesnél fiatalabb versenyzőink adatainak nyilvántartásához szülői engedély szükséges. Az ő esetükben egy szülői nyilatkozatra is szükség van, amelyet a regisztráció során lehet megadni.** ***Amennyiben a szülői nyilatkozat nem érkezik meg, a versenyző nem szerepelhet az eredménylistában***. Adatkezelési szabályzatunk a `https://www.komal.hu/info/adatkezeles.h.shtml` címen olvasható.

Regisztráció

Ha még soha nem vettél részt a KöMaL versenyeiben, az első lépés a *regisztráció a honlapunkon* (`https://www.komal.hu/u?a=reg`). A regisztráció során alapvető adatokat (név, születési dátum, iskola, osztály, e-mail cím) kérünk. A későbbi bejelentkezéshez szükséges jelszavadat e-mailben küldjük el.

Ha az osztályodban van esetleg azonos nevű versenyző (mondjuk két Kovács Péter is), akkor nevezéskor válasszatok valami megkülönböztetést, például második keresztnév, vagy egy szám beillesztése (mondjuk Kovács 823 Péter). A tanév során beküldött dolgozataidon is minden esetben az így egyedivé tett nevet használd.

A sikeres regisztráció után meg tudod adni a további adataidat is, például a felkészítőtanáraid neve, a levelezési címed (ide fogjuk küldeni a 2025-ben érettségizők oklevelét), és nyilatkozhatsz a részletes pontszámok nyilvánosságáról vagy egyes konkrét versenyekben való részvételedről.

Ha korábban már regisztráltál, akkor nincs szükség újabb regisztrációra, a tavalyi jelszavadat továbbra is használhatod. De ettől még szükséges lesz a személyes beállításaid áttekintése, felülvizsgálata. A csapatokat azonban újra kell regisztrálni.

Az egyes pontversenyekre az első dolgozat beküldésével nevezhetsz be.

A versenyekbe a tanév során később is be lehet kapcsolódni.

FONTOS! Csak a regisztrációd után tudsz megoldásokat feltölteni. A versenyben kizárólag az adott határidőig a Munkafüzetbe beírt vagy feltöltött megoldásokat értékeljük! A regisztráció nélkül, postán vagy e-mailben beküldött megoldásokat utólag sem vesszük figyelembe!

Az osztályok számozása

A KöMaL versenyeiben az osztályokat 1-től 12-ig számozzuk. Lehet, hogy a számozás nem azonos az iskolában használt számmal. Azok számítanak 12. osztályosnak, akik most kezdik az érettségi vizsga előtti utolsó évet. 11., illetve 10. osztályosnak számítanak azok, akik várhatóan 2026-ban, illetve 2027-ben fejezik be a középiskolát.

Azok, akik $8+5$ éves képzésben vesznek részt, például a nyelvi előkészítő osztályok tanulói, két egymás utáni évben is 9. osztályosnak számítanak. **Kérjük, ha az osztályod sorszáma nem 1-gyel nőtt tavalyhoz képest, ezt jelezd a szerkesztőségnek e-mailben.**

A regisztráció módosítása

A regisztráció után az azonosításhoz szükséges adataidat (név, iskola, osztály, e-mail cím) önállóan nem tudod módosítani. Ha ezek megváltoznak, kérjük, hogy a változások átvezetéséért fordulj e-mailben a szerkesztőséghez.

Mindenkit óvunk a regisztráció megismétlésétől, a többszörös regisztrációtól. Nincs olyan helyzet, amin a többszörös regisztráció javítana, csak zavart okoz. Például ilyen esetben előfordulhat, hogy kétszer szerepelsz a versenyben, de mindkétszer feleakkora pontszámmal.

Arcképek

Lehetőség van rá, hogy a fényképed megjelenjen a honlapunkon a pontverseny eredményében. (Nagy matematikusaink ifjúkori képeit is megtalálod a régi KöMaL-ok tablóin.) Ehhez csak egy fényképedet kell elküldened a szerkesztőségnek e-mailben. Ha lehet, válassz világos, egyszínű hátteret. A képeket egységes méretűre alakítjuk, ezért érdemes aránylag nagy felbontást használnod.

Csapatversenyek

A hagyományos egyéni pontversenyek mellett csapatok számára is meghirdetünk pontversenyeket.

2–3 fős csapatok jelentkezhetnek a **C** és **B** matematika,
az **I** informatika, a **G** és **P** fizika,
továbbá 2 fős csapatok az **M** fizika mérési pontversenyre.

A csapatversenyek általános szabályai megegyeznek az egyéni nevezésű hagyományos versenyek szabályaival (a versenyek leírását lásd lentebb), feladatai megegyeznek az egyéni verseny feladataival.

A csapattagoknak egyénileg is regisztrálniuk kell, ha korábban nem regisztráltak. Ezután lehet csapatot regisztrálni. A tagok lehetnek különböző iskolából és különböző évfolyamokról is. Egy csapat abban a kategóriában fog versenyezni, ami az évfolyam szerinti legidősebb tagjának a kategóriája.

Egy személy több csapatnak is tagja lehet, illetve indulhat egyéni versenyben is, de egy pontversenyben pontosan egyszer vehet részt. **Ha valaki a C csapatversenyben versenyez, az nem indulhat a K, B vagy A egyéni pontversenyek egyikében sem. Ugyancsak nem versenyezhet valaki egyszerre fizikából a G csapatversenyben és a P egyéni versenyben is.**

A **C** és **B** csapatversenyeket két kategóriában: az 5–10. évfolyamosok, illetve 11–12. évfolyamosok; az **I**, **M** és **P** csapatversenyeket egy-egy kategóriában: a 9–12. évfolyamosok; továbbá a **G** csapatversenyt egy kategóriában: a 9–10. évfolyamosok számára hirdetjük meg.

Matematika versenyek

Négyféle versenyt indítunk, növekvő nehézségi sorrendben **K**, **C**, **B** és **A** kategóriában. Egy tanuló több pontversenyben is indulhat, de az egyéni **K** és **B** pontversenyek közül csak az egyiket választhatja. Ha kilencedik osztályos vagy, akkor a személyes beállításaid között nyilatkozhatsz, hogy melyik versenyben szeretnél részt venni.

Mindegyik versenyünkre érvényes, hogy **egy feladatra csak egy megoldást értékelünk.**

Örömmel fogadjuk a kitűzött feladatainkhoz beküldött megjegyzéseket, általánosításokat, ezek közül az érdekesebbeket meg is jelentetjük a lapban. Ugyancsak örömmel vesszük, ha valaki a pontversenyekbe javasolt feladatot küld be. Ezeket a feladatokat lehetőség szerint ki is tűzzük, sőt, a legjobbakat különdíjjal is elismerjük. Versenyzőink akkor kaphatnak pontot az általuk javasolt kitűzött feladatra, ha annak megoldását – a többi feladat megoldásához hasonlóan – feltöltik a Munkafüzetbe.

K-*jelű matematika feladatok* – az ABACUS és a KöMaL Közös pontversenye Kilencedikes Kezdőknek.

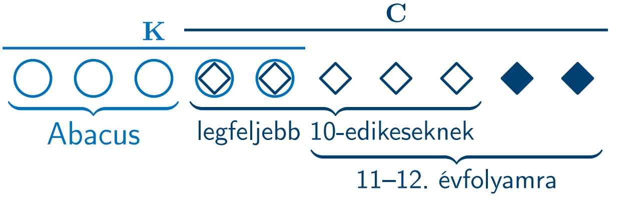
A **K** pontversenyben csak kilencedik osztályosok indulhatnak. Azoknak ajánljuk, akik csak most ismerkednek a KöMaL-lal. Szeptembertől májusig kilenc fordulóban havonta öt feladat jelenik meg. Ezek közül szeptembertől márciusig három feladat az ABACUS pontversenyével közös, amely feladatokat az *ABACUS matematikai lapok* bocsátja a KöMaL rendelkezésére. **Mindegyik feladat teljes megoldása 5 pontot ér.**

Az ABACUS pontversenyében továbbra is az általános iskolák 3–8. osztályos tanulói vehetnek részt.

Azok a 9-edikesek, akik **K**-ban indulnak, nem lehetnek tagjai **C** pontversenybe nevezett csapatnak.

C-*jelű matematika gyakorlatok*

A **C** pontverseny gyakorlatait azoknak az olvasóinknak ajánljuk, akik túl nehéznek vagy szokatlannak találják a **B** és az **A** kategória feladatait. Itt rendszeresen közlünk az iskolai tananyaghoz szorosabban kapcsolódó gyakorlatokat, azok találhatnak itt kedvükre valót, akik valamivel – de nem sokkal – szeretnének túllépni az iskolai matematika keretein, vagy emelt szintű érettségit kívánnak tenni matematikából. **A C pontverseny első két feladata megegyezik a K pontverseny utolsó két feladatával, jelölésük K/C.** A megoldásra kapott pontszámok mindkét pontversenybe beszámítanak. A **K** pontversenyben továbbra is csak 9. évfolyamos, illetve nyelvi előkészítő évfolyamra járó tanulók vehetnek részt, ugyanakkor versenyezhetnek egyszerre mind a **K**, mind a **C** pontversenyekben – az utóbbiban a 10-edikesekkel egy kategóriában.



A gyakorlatok egy része általános iskolásoknak is ajánlható, más részük azonban a 11–12. évfolyam tanulmányaira támaszkodik. Minden hónapban hét gyakorlatot tűzünk ki, ebből az 1–5. gyakorlatokra a legfeljebb 10. évfolyamosok, a 3–7. gyakorlatokra pedig a 11–12. évfolyamosok küldhetnek be megoldást. Minden dolgozatra legfeljebb 5 pont kapható.

A **C** pontversenyt egyéniben három korcsoportban: 5–8., 9–10., illetve 11–12. osztályosok, csapatban pedig két korcsoportban értékeljük: 5–10., illetve 11–12. osztályosok. Aki a **C** csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg sem a **K**, sem a **C**, sem a **B** versenyben (de indulhat a **B** csapatversenyben).

B-*jelű matematika feladatok*

A **B** pontversenyben havonta összesen nyolc feladatot tűzünk ki, de havonta mindenkinek **legfeljebb hat** megoldását számítjuk be a pontversenybe (amelybe azonban először a nem versenyszerűeket számítjuk be, lásd lentebb). Az eredményes versenyzéshez tehát nincs szükség valamennyi feladat megoldására; ki-ki gondolja végig, mely példákkal foglalkozna szívesen, hogyan érhetné el a legtöbb pontot.

A **B**-jelű feladatok sorrendje megfelel az iskolai tananyagnak: egy feladatsoron belül az alacsonyabb sorszámúakat ajánljuk a fiatalabbaknak. A feladatokra általában legfeljebb 3, 4, 5 vagy 6 pontot lehet kapni. (A közölt pontszám szándékaink szerint a feladat nehézségét is jelzi.)

Az egyéni **B** pontverseny eredményét öt korcsoportban tartjuk nyilván: a 8. évfolyamig, a 9., 10., 11., illetve 12. évfolyamokban; a csapatversenyét pedig két korcsoportban értékeljük: 5–10., illetve 11–12. osztályosok. Aki a **B** csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg a **B** versenyben.

A-*jelű nehezebb matematika feladatok*

Az **A** pontverseny a legfelkészültebb diákok számára jelent kihívást. Elsősorban azoknak ajánljuk, akik tudományos kutató pályára vagy nemzetközi versenyekre készülnek.

Havonta két vagy három **A** feladatot tűzünk ki, mindegyik feladatra legfeljebb 7 pont kapható. Az **A** verseny résztvevőit nem különítjük el évfolyamonként, mindannyian együtt versenyeznek.

Fizika versenyek

Háromféle fizika versenyt indítunk: **M**, **G** és **P** kategóriában. Egy tanuló több pontversenyben is indulhat, de az egyéni **G** és **P** pontversenyek közül csak az egyiket választhatja. A legfeljebb 10. osztályos résztvevőknek a személyes beállításaik között kell nyilatkozniuk, hogy a **P** és **G** versenyek közül melyikben kívánnak részt venni.

Természetesen fizika feladatainkhoz is örömmel fogadjuk a beküldött megjegyzéseket, általánosításokat, ezek közül az érdekesebbeket meg is jelentetjük a lapban. Ugyancsak örömmel vesszük, ha valaki a pontversenyekbe javasolt feladatot küld be. Ezeket a feladatokat lehetőség szerint ki is tűzzük, sőt, az arra érdemeseket különdíjjal is elismerjük. Versenyzőink akkor kapnak pontot az általuk javasolt feladatra, ha annak megoldását nem csak a feladattal együtt küldik el, hanem – a többi feladat megoldásához hasonlóan – feltöltik a Munkafüzetbe is.

M-*jelű pontverseny* – fizika mérési feladatok

Havonta egy mérési feladatot tűzünk ki, valamennyi korosztály számára közösen. A feladatok megoldásával 6-6 pontot lehet szerezni.

A mérés elvégzéséhez egyéni versenyzőként is szabad egy személy (családtag, osztálytárs, barát) segítségét is igénybe venni. A segítő személy adatait a mérési jegyzőkönyv elején a versenyző adatai mellett tüntessétek fel. Lehet kétfős csapatban is indulni a versenyen, azaz az egyéni versenyzők és a csapatok egy közös versenyen indulnak. Aki egy csapat tagjaként indul az **M** versenyben, nem versenyezhet egyénileg is az **M** versenyben, hanem csak másik versenyben.

G-*jelű fizika gyakorlatok*

A **G** pontversenyben legfeljebb 10. osztályosok vehetnek részt. Azoknak az olvasóinknak ajánljuk, akik túl nehéznek vagy szokatlannak találják a **P** feladatokat. Ebben a kategóriában többnyire az iskolai tananyaghoz szorosabban kapcsolódó gyakorlatokat találnak a versenyzők, így azok is eséllyel indulhatnak, akik még nem rendelkeznek feladatmegoldó rutinnal. A **G** gyakorlatok megoldásával és beküldésével felkészülhetnek arra, hogy a következő években eredményesen szerepelhessenek a **P** pontversenyben.

Minden hónapban négy **G** gyakorlatot tűzünk ki, az elérhető pontszámokat a feladatok után feltüntetjük. Mindenki szabadon választhat a kitűzött gyakorlatok közül, de **havonta legfeljebb három** feladat megoldását (először a nem versenyszerűeket) számítjuk be a pontversenybe.

Az egyéni **G** pontverseny eredményét három korcsoportban tartjuk nyilván: a 8. évfolyamig, a 9. és 10. évfolyamokban; a csapatversenyét pedig egyetlen korcsoportban: 5–10. osztályosok. Aki a **G** csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg sem a **G**, sem a **P** versenyben (de indulhat a **P** csapatversenyben).

P-*jelű fizika feladatok*

Havonta nyolc vagy kilenc elméleti feladatot tűzünk ki, nem nehézségi, hanem az életkornak megfelelő sorrendben. A pontszámokat a feladatok után feltüntetjük. Mindenki szabadon választhat a kitűzött elméleti feladatok közül. **Az 5–8. évfolyamosoknak havonta legfeljebb három, a 9–12. évfolyamosoknak legfeljebb négy megoldását** számítjuk be a pontversenybe (azonban először a nem versenyszerűeket).

Az elméleti versenyt egyénileg korosztályonként (8. évfolyamig, 9., 10., 11., 12. évfolyam) külön-külön összesítjük és értékeljük, a csapatversenyét pedig egyetlen korcsoportban: 5–12. osztályosok. Aki a **P** csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg a **P** versenyben.

Informatika verseny

I-*jelű pontverseny* – informatika alkalmazási és programozási feladatok

Havonta négy **I**-jelű feladatot tűzünk ki, valamennyi korosztály számára közösen. Mindegyik feladat 10 pontot ér. A feladatok egy része általános iskolásoknak is ajánlható, nagyobb része azonban a középiskolai tanulmányokra támaszkodik. Alapvető célunk, hogy e feladatok segítsék a felkészülést a közép- és emelt szintű digitális kultúra érettségire és az informatika versenyekre.

Az **I**-jelű feladatok programozási és informatika alkalmazói feladatok. Az első három feladat jellegében és értékelésében is lényegében megegyezik az érettségin kitűzött feladatokkal. Versenyzőink ezen feladatok megoldásával a vizsgára való felkészülést gyakorolhatják.

A negyedik feladat az érettségin túlmutató alkalmazói vagy programozási feladat.

Aki az **I** csapatversenyben indul, az egyénileg nem indulhat az **I** versenyben.

A feladatok megjelenése

Új feladatokat havonta, szeptembertől májusig tűzünk ki. A feladatokat megtalálod nyomtatott számunkban és a honlapunkon.

Honlapunkon a feladatokat – szeptember kivételével – az adott hónap 28. napján hozzuk nyilvánosságra. Előfizetőink (akiknek előfizetése az adott tanév egészére vonatkozik) azonban az adott típusú előző havi feladat beküldési határidejét követő naptól elérhetik a következő feladatok szövegét, és elkezdhetik a munkát. Amennyiben előfizettél a KöMaL-ra, a személyes beállításaid között add meg előfizetői kódodat, így tudsz korábban hozzáférni a feladatokhoz. Az előfizetői azonosítót megtalálod a szeptemberi példányod címlapjára ráragasztott címkén.

Azok az előfizetőink, akik (például életkoruknál fogva) nem versenyzőink, regisztráció és az előfizetői kód megadása után az előfizető versenyzőkkel egy időben érhetik el a feladatok szövegét.

Egy előfizetői azonosítót csak egy személy használhat.

A dolgozatok tartalma

Kérjük, tanulmányozd a korábbi számainkban, illetve a honlapunkon megjelent megoldásokat, ezek sokat segíthetnek annak megértésében, hogy milyen formát és részletességet várunk el a beküldött megoldásoktól.

Matematika és fizika elméleti megoldások

A megoldás leírása azt jelenti, hogy az olvasót végigvezeted a megoldásod lépésein. Törekedj a rövid, jól követhető leírásra. Próbáld alaposan átgondolni a lépések sorrendjét és lerövidíteni a megoldást. A gondos leírás sok időt igényel, ne hagyd az utolsó pillanatra!

Maximális pontszám csak teljes megoldásért jár, puszta eredményközlésért nem adunk pontot. A kimondott állításokat igazolni kell. Levezetés és hivatkozás nélkül csak a középiskolai tananyagban szereplő tételeket fogadjuk el. Közismert tételekre (pl. Menelaosz-tétel, Hölder-egyenlőtlenség stb.) elegendő a nevükkel hivatkozni, egyéb esetekben ki kell mondani a felhasznált tételt, és fel kell tüntetni az idézett forrást (cím, oldalszám vagy internet-cím). Tételekre való hivatkozáskor azt is meg kell mutatni, miért teljesülnek a tétel feltételei, és hogyan következik a tétel állításából a bizonyítás gondolatmenetének következő lépése.

Többször előfordult már, hogy egy-egy feladat szerepelt valamely példatárban, vagy megtalálták az interneten. Arra is láttunk példát, hogy egy folyóiratcikkben, vagy éppen a KöMaL egy korábbi feladatában a feladatban kitűzöttel lényegében ekvivalens, vagy annál általánosabb állítás bizonyítása szerepelt. Célunk továbbra is versenyzőink problémamegoldó képességének fejlesztése, ezért **nulla pontot adunk azokra a dolgozatokra, amelyek csak a megoldás helyét közlik, vagy annyit írnak le, hogy a feladat egy nehezebb tétel speciális esete vagy triviális következménye. A végeredményhez vezető gondolatmenetet részletesen le kell írni.**

Ha a megoldáshoz könyvekben vagy az interneten talált írásokat használsz fel, vagy ezekből idézel, tüntesd fel a felhasznált forrásokat. A szó szerinti idézeteket a forrás megjelölésén túl idézőjelek közé is kell tenni.

A **fizika feladatoknál** előfordulhat, hogy a feladat szövege nem tartalmaz a numerikus megoldáshoz szükséges minden konkrét információt, például bizonyos anyagi állandókat, földrajzi vagy csillagászati mennyiségek számszerű értékeit. Ilyenkor vagy a Négyjegyű függvénytáblázatokban, vagy az **interneten** kereshetitek meg a szükséges adatokat.

A hosszabb, összetettebb gondolatmeneteket érdemes tagolni, részekre bontani. Használj, bekezdéseket, részeket, címeket és alcímeket. A különböző segédállításokra, képletekre és ábrákra könnyebb úgy hivatkozni, ha azokat megszámozod.

A geometria feladatok megoldásának fontos részei az ábrák, amelyeken követni és ellenőrizni lehet a megoldás lépéseit. Mindig mellékeld a szükséges ábrát, **az ábra nélküli vagy nem megfelelő ábrát tartalmazó megoldásokat nem tekintjük teljesnek. A gondolatmeneted azon lépéseire, amelyekhez nincs mellékelve a szükséges ábra, nem kapsz pontot.** Bonyolultabb ábrák esetén az egyes geometriai objektumokat ne csak az ábrába rajzold be, hanem szövegesen is definiáld. Például „legyen P' a P pont tükörképe az e egyenesre". Elektronikus beküldés esetén ügyelj a megfelelő felbontásra. A felbontás akkor megfelelő, ha a számítógép képernyőjén elfér, és a fontos részletek is jók kivehetőek. Általában megfelelő felbontású egy ábra, ha a szélessége 500-1000 pixel körül van, de a legjobb, ha beküldés előtt ellenőrzöd a saját képernyődön az olvashatóságot.

A matematika példák megoldásaként számítógépes programokkal – beleértve az olyan online szolgáltatásokat is, mint például a Wolfram Alpha – kiszámított eredményeket nem fogadunk el. Ha harmincnál több esetet vizsgálsz, pedig lényegesen le lehetett volna szűkíteni az esetek számát, azt is úgy tekintjük, mintha programot írtál volna a számolások elvégzésére.

Mérési feladatok

A mérés leírása (mérési jegyzőkönyv) feltétlenül tartalmazza a mérés elvének áttekinthető leírását (a mérési elrendezés vázlatos rajzával, esetleg fotókkal), megfelelő számú és pontosságú mérési adatot (áttekinthető táblázatban, a mértékegységeket is megadva), a mérési adatok kiértékelését (lehetőleg grafikusan ábrázolva), és a hiba nagyságrendjének becslését. A mért és számított mennyiségeket ne adjuk meg indokolatlanul sok tizedesjeggyel, hanem csak a becsült hibával összhangban álló pontossággal. A mérési jegyzőkönyv legyen viszonylag tömör, de annyira áttekinthető, hogy annak alapján bárki meg tudja ismételni a leírt mérést. Nagyon sok (50-nél több) mérési adat esetén elegendő azoknak csak egy „reprezentatív" részét beküldeni és a többinek csak az átlagát közölni. A 6 oldalnál hosszabb jegyzőkönyv tartalmazzon egy rövid (kb. 1/2 oldalas) összefoglalást is.

Informatika megoldások

Az **I**-jelű programozási feladatok megoldását Basic, C, C++, C#, Java, Pascal vagy Python nyelvek egyikén kell elkészítened. A fejlesztéshez bármilyen fejlesztőkörnyezetet használhatsz, javasoljuk az Oktatási Hivatal honlapján elérhető emelt szintű érettségi szoftverlista fejlesztőeszközeit.

Az **I** pontversenyben kitűzött alkalmazói feladatok megoldásához szintén az előbbi szoftverlista eszközeit javasoljuk. Az alkalmazói feladatokat a listán szereplő alkalmazásokkal fogjuk értékelni. Az egyéb használható alkalmazásokat egy-egy feladat leírása tartalmazza, ezek jórészt szabadon fölhasználható programok.

A megoldások elkészítése és beküldése

Megoldásodat a Munkafüzetbe töltsd fel!

A matematika és fizika dolgozataidat megszerkesztheted honlapunkon, vagy feltöltheted kész fájl formájában. Az informatika feladatok megoldásait csak feltölteni tudod.

Azokat a dolgozatokat, amelyek több feladat megoldását tartalmazzák egy fájlban vagy külalakjuk miatt értékelhetetlenek, *nem értékelhetőnek* minősítjük. *Nem értékelhető* minősítést kap az olyan megoldás is, ahol rendes képletek helyett nehezen értelmezhető karaktersorozatok vannak, például `x2+(1+5+2sqrt(5)x2)/4` vagy `(1+gyök5)/2*x`.

A megoldások online szerkesztése az Elektronikus Munkafüzetben

Az Elektronikus Munkafüzet a honlapunk része. Webes felület, amely lehetőséget ad a megoldás közvetlen beírására, szerkesztésére. A megoldásaidat egészen a beküldési határidőig módosíthatod, átszerkesztheted.

Képletek szerkesztéséhez a TeX rendszert használjuk. Javasoljuk, hogy honlapunkon járd végig a *TeX tanfolyamot.*

Kész fájlok feltöltése

Megoldásaidat az otthoni vagy iskolai számítógépeken is elkészítheted, és a kész fájlt honlapunkon feltöltheted. Matematika vagy fizika feladatok megoldásának beküldésekor a többféle operációs rendszerben is olvasható **PDF** vagy **JPG formátumot** használd! A dokumentum elején legyen egy fejléc: a feladat száma pirossal, neved, osztályod, városod, iskolád.

A kézírással készült megoldásodat vonalazás és négyzetháló nélküli fehér papírra írd, majd megfelelő minőségben, egyetlen PDF vagy JPG fájlként töltsd fel a Munkafüzetbe.

Ügyelj arra, hogy a kép jól olvasható legyen, és a felbontás ne legyen se túl nagy, se túl alacsony. (A 200 dpi felbontású kép – ha nem írsz extra apró betűkkel – általában jól olvasható.) Ha fényképezel, érdemes több képet készíteni szórt (természetes) fénynél, és a legjobban sikerült képet használni. A képet fordítsd álló helyzetbe, a szélét vágd körbe, hogy csak a megoldás maradjon a képen, végül méretezd megfelelő méretűre és felbontásúra.

Fényképek feldolgozására sokféle képmanipuláló programot és telefonos applikációt használhatsz. Mi a CamScannert ajánljuk leginkább, mert ezzel könnyen készíthetsz egyetlen megfelelő PDF fájlt.

Az informatika megoldások beküldése

Az informatika feladatok megoldásait kizárólag kész fájlként tudod feltölteni a Munkafüzetbe. Amennyiben a megoldás több fájlból áll, úgy egy, a fájlok mindegyikét és a dokumentációt is tartalmazó, a feladat sorszámával egyező nevű mappát kell ZIP tömörítéssel becsomagolva egyetlen fájlként beküldened. Ügyelj arra, hogy a tömörített állományokba futtatható fájlok (pl. a fejlesztéskor létrejövő `.exe` állomány) ne kerüljenek.

A programozási feladatoknál a forráskód első soraiban megjegyzésként szerepeljen

- a feladat száma;
- a versenyző teljes neve (jelzőszámmal) és osztálya;
- az iskola neve városnévvel együtt;
- az alkalmazott fordítóprogram neve és verziószáma.

Kérjük, hogy a programozási feladatoknál a program be- és kimenete mindig a feladatban megadott módon valósuljon meg. Erre azért van szükség, mert a beküldött programokat sokféle tesztadatra lefuttatjuk, és ezt igyekszünk automatizálni.

Az informatika feladatokkal kapcsolatos bárminemű kérdéseket, esetleges reklamációkat az `inf-szerk@komal.hu` címre várjuk.

A beküldési határidő

A beküldési határidő matematikából a lap megjelenését követő hónap 10., fizikából és informatikából a 15. napja. Ha ez szombatra vagy munkaszüneti napra esik, akkor a határidő a következő munkanap. **Komoly kockázatot jelent a beküldést a határidő utolsó napjára, perceire halasztani!** Bármikor előfordulhat az internet valamilyen hibája vagy egy szerver túlterheltsége, de késedelmesen beküldött dolgozatot ilyen okokra hivatkozva sem tudunk elfogadni.

Értékelés

A pontversenyek állását és versenyzőink részletes eredményeit a honlapunkon folyamatosan közöljük. Versenyzőinket e-mailben is értesítjük a pontszámuk változásairól. Előfordul, hogy javítóink a pontszámon kívül szöveges értékelést is küldenek, például felhívják a figyelmedet a dolgozatod hiányosságaira. Ez azonban nem kötelező, ugyanis a javítóknak nem ritkán százas nagyságrendű dolgozatot kell kijavítaniuk, ráadásul gyakran az egyetemi tanulmányaik közben.

Reklamációk

A dolgozatok értékelése után az Elektronikus Munkafüzetben rövid kérdést vagy üzenetet küldhetsz a javítónak, ő pedig ugyanott tud válaszolni. A különböző feladatokat általában különböző javítók értékelik, ezért mindig csak az adott feladatról kérdezz.

Ügyelj az udvarias hangvételre. Olyan módon kérdezz, amit szemtől-szembe, akár a tanáraiddal vagy a szüleiddel szemben is helyesnek tartanál.

Eldöntetlen vita, reklamáció esetén a szerkesztőséghez fordulhatsz. Reklamációkat a feladat értékelése után két hétig fogadunk el a `szerk@komal.hu` címen.

Szabálytalan versenyzés

FONTOS! Akik egyénileg versenyeznek egy adott pontversenyben, azoknak önállóan kell elkészíteniük a példák megoldásait. Tilos a kitűzött feladatokat a beküldési határidő előtt másokkal megvitatni, másoktól segítséget kérni vagy elfogadni a feladatok megoldásához. A közösen készített vagy másolt dolgozatokat – beleértve az eredeti szerzőét is – *nem versenyszerűnek* minősítjük. Pontot nem adunk rá, viszont beküldött dolgozatnak számít. Egy csapat tagjai egymással megbeszélhetik, megvitathatják az adott verseny feladatait, majd minden feladatra egy (közös) megoldást adhatnak be. A csoportosan másolt dolgozatokat visszaküldjük az osztályt tanító tanárnak. Súlyosabb, az egész pontversenyt veszélyeztető esetekben (pl. a feladatok megtárgyalása internetes fórumokon) az érintett versenyzőket kizárjuk a versenyből. A dolgozatoknak – mint korábban is írtuk – nem csak tartalmilag, hanem formailag is megfelelőeknek kell lenniük.

Az olvashatatlan, áttekinthetetlen, értékelhetetlen dolgozatokat *nem értékelhetőnek* minősítjük, akár kusza írás, akár a fényképezés, képbeállítás okozza az olvashatatlanságot. Az ilyen dolgozatot be nem küldöttnek tekintjük.

Az egyéb formai hibák plusz munkát adnak a javítóknak, így ezek miatt pontokat vonunk le. Tipikusan ilyen hibák:

- nem PDF-ben vagy JPG-ben beküldött dolgozat;
- nem feladatonként egyetlen file-ban beküldött dolgozat;
- „mintás" – például zavaróan vonalas, kockás vagy aljnyomatos – lapra írt dolgozat.

Minden ilyen hibáért 1-1 pontot vonunk le az adott megoldással egyébként szerzett pontokból, tehát egy feladatnál akár többet is – például két oldalnyi megoldás, durván kockás lapra írva és két jpg file-ban beküldve 3 pont levonást eredményez –, de legfeljebb annyit, amennyit egyébként ért volna a megoldás.

A végeredmény közzététele

A versenyek végeredménye az összes dolgozat kijavítása után, várhatóan augusztusban a honlapunkon, majd a 2025. szeptemberi számunkban jelenik meg. A legeredményesebb versenyzők arcképét a 2025. decemberi számunkban közöljük. A legjobbak a MATFUND Középiskolai Matematikai és Fizikai Alapítvány pályadíjait és tárgyjutalmakat, illetve okleveleket kapnak a 2025. évi *KöMaL Ifjúsági Ankét* rendezvényén.

Néhány megjegyzés

A versenyben résztvevő hozzájárul a dolgozatának név nélküli, valamint a szerkesztett változat névvel történő közléséhez.

Örömmel fogadunk feladatjavaslatokat, cikkeket, szakköri munkáról szóló beszámolókat, közlésre alkalmas iskolai pályamunkákat. Szép, érdekes és nem közismert feladatokat bárki javasolhat kitűzésre. A javasolt feladatokat (megoldásaikkal együtt) elsősorban a megfelelő szerkesztőbizottság e-mail címére várjuk (`mat-szerk@komal.hu`, `fiz-szerk@komal.hu`, illetve `inf-szerk@komal.hu`), de a javaslatok postai úton is beküldhetőek.

Szeretnénk, ha a kitűzött kérdések nem zárulnának le véglegesen a beküldési határidővel, a közölt megoldással. Erre teremt lehetőséget az internetes KöMaL fórum. Bármely, a lapunkban megjelent feladathoz, cikkhez kapcsolódó megjegyzést, általánosítást szívesen látunk, és az érdekesebbeket – természetesen csak ha a szerzője is hozzájárul – alkalomadtán közöljük is.

Végezetül mindenkinek eredményes tanévet és sikeres versenyzést kíván

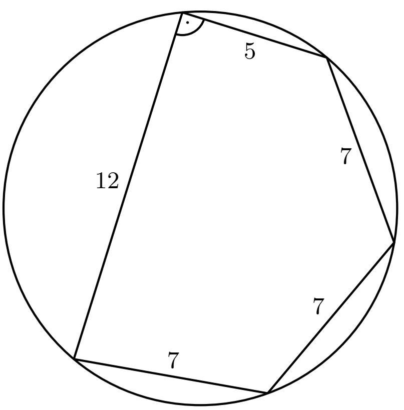
a Szerkesztőség

A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (819–823.)

K. 819. Kati a táblára felírt 10 darab +1-et. Egyszerre megváltoztathatja tetszőleges 5 számnak az előjelét (nevezzük ezt egy „lépés”-nek). Ezt a változtatást az aktuálisan a táblán levő számok közül tetszőlegesen kiválasztott 5 számmal akárhányszor megteheti. El tudja-e érni azt, hogy a táblán 9 darab +1 és 1 darab −1 szerepeljen? Ha igen, akkor mennyi az ehhez szükséges minimális lépésszám?

K. 820. A Tóth családban 6 gyerek van. A fiúk átlagéletkora 20 év, a lányoké 12 év, az összes gyereké pedig 16 év. Tudjuk továbbá, hogy minden gyereknek van azonos nemű ikertestvére. Hány évesek a gyerekek külön-külön?

K. 821. Egy 1 m élhosszúságú, kocka alakú, felül nyitott edény aljába egy henger alakú, felül nyitott edényt helyeztek, és azt a kocka alakú edény aljához rögzítették. A kocka alakú edénybe egy csapból egyenletesen folyik a víz a hengeren kívüli részbe. Azt tapasztaljuk, hogy a vízszint a kocka falán 10 percig egyenletesen emelkedik, aztán 10 percre megáll az emelkedése, majd amikor ismét elkezd emelkedni, onnan számítva 20 perc alatt telik meg teljesen a kocka alakú edény. Mekkora a henger alakú edény alapkörének sugara, és mekkora a magassága?



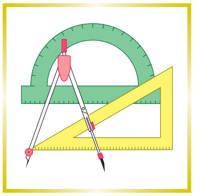
K/C. 822. Kati azt a feladatot kapta, hogy számítsa ki a mellékelt ábrán látható körbe rajzolt ötszög területét. Az oldalak hosszát cm-ben mérve az ábrán jelölték. Kati elvégezte a számításokat, és $30 + 10{,}5\sqrt{30}$ cm^2 jött ki neki eredményül. Jól számolt-e Kati?

K/C. 823. Egy konvex 2024-szög minden oldalegyenesét az adott oldalegyenesre merőleges irányban 4 egységgel eltoljuk kifelé. Így kapunk egy újabb konvex 2024-szöget. Mutassuk meg, hogy a kapott konvex 2024-szög kerülete legalább 25 egységnyivel nagyobb, mint az eredeti sokszögé.

❄

Beküldési határidő: 2024. október 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄



A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (822–823., 1818–1822.)

Feladatok 10. évfolyamig

K/C. 822. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

K/C. 823. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

Feladatok mindenkinek

C. 1818. Hány olyan egész számokból álló számötös van, amelyre a

$$k\cdot \ddot{o}\cdot m\cdot a\cdot l=-130$$

egyenlőség teljesül, ha a számok sorrendje is számít?

Javasolta: *Kozma Katalin Abigél*, Győr

C. 1819. Legyen $ABCD$ egységoldalú négyzet, és legyen az A középpontú AC sugarú kör k. Legyen k-nak az AB félegyenessel B-n túl vett metszéspontja E, míg az AD félegyenessel D-n túl vett metszéspontja F. Messe az EF egyenes BC-t G-ben, és tükrözzük B-t AG egyenesre, legyen a tükörkép H. Hány egység hosszú a HE szakasz?

Javasolta: *Hegedűs Dániel*, Gyöngyös

C. 1820. Bizonyítsuk be, hogy ha a, b, $c>0$ és $a+b+c=1$, akkor

a) $\dfrac{1-a^2}{b+c}+\dfrac{1-b^2}{c+a}+\dfrac{1-c^2}{a+b}=4,\qquad$ *b)* $\dfrac{1-a^3}{b+c}+\dfrac{1-b^3}{c+a}+\dfrac{1-c^3}{a+b}\geqslant\dfrac{13}{3}.$

Javasolta: *Bencze Mihály*, Brassó

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1821. Gyula és Gil egy szabályos dobókockával játszik. Ha a dobás eredménye összetett szám, akkor Gil kap egy pontot, egyébként pedig Gyula kap egy pontot. Amikor valamelyikük eléri a hat pontot, a játék befejeződik. Mekkora a valószínűsége, hogy valamelyikük javára éppen $6:3$ lesz a végeredmény?

Javasolta: *Kozma Katalin Abigél*, Győr

C. 1822. Az $ABCD$ konvex négyszög AC és BD átlói az M pontban metszik egymást. Az átlók által létrehozott ABM, BCM, CDM és DAM háromszögek területének számértékei rendre az a, b, c, d pozitív egész számok.

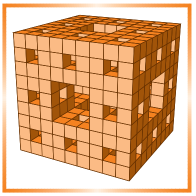
a) Bizonyítsuk be, hogy $a\cdot b\cdot c\cdot d$ négyzetszám.

b) Tegyük fel, hogy az a, b, c, d számok között pontosan két, egymástól különböző páratlan prímszám van. Határozzuk meg az a, b, c, d számokat úgy, hogy az $ABCD$ négyszög területe a lehető legkisebb négyzetszám legyen.

Javasolta: *Bíró Bálint*, Eger

❄

Beküldési határidő: 2024. október 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`



A B pontversenyben kitűzött feladatok (5398–5405.)

B. 5398. Az $ABCD$ trapézban $AB \parallel CD$ és $ADC\sphericalangle - CBA\sphericalangle = 90°$. Igazoljuk, hogy a szárak négyzetének összege egyenlő az alapok különbségének négyzetével.

(3 pont) Javasolta: *Oláh Miklós*, Szilágykraszna

B. 5399. Egy ötjegyű négyzetszámnak nincs 9-es számjegye. Mindegyik számjegyéhez 1-et hozzáadva ismét négyzetszámot kapunk. Melyik lehet ez a négyzetszám?

(3 pont) Javasolta: *Kiss Géza*, Csömör

B. 5400. Egy 3×3-as bűvös négyzetben az egyik számot 1-gyel megnöveltük. Legalább hány számot kell még megváltoztatnunk ahhoz, hogy ismét bűvös négyzetet kapjunk? (A 3×3-as bűvös négyzet olyan 3×3-as számtáblázat, amelynek minden sorában, oszlopában és átlójában szereplő három-három szám összege ugyanannyi.)

(4 pont) Javasolta: *Juhász Máté*

B. 5401. Legfeljebb mennyi lehet az mn szorzat értéke, ha m, n és

$$\sqrt{25+\sqrt{n+\sqrt{m}}}+\sqrt{25-\sqrt{n+\sqrt{m}}}$$

is pozitív egész számok?

(4 pont) Javasolta: *Sztranyák Attila*, Budapest

B. 5402. Egy háromszög oldalainak hosszúsága a, b, c. Tegyük fel, hogy fennáll

$$a^2+b^2+c^2=a^2b^2c^2.$$

Bizonyítandó, hogy a háromszög területe legfeljebb $\frac{3}{4}$, és egyenlőség csak az egyenlő oldalú háromszög esetében lehetséges.

(5 pont) Javasolta: *Hujter Mihály*, Budapest

B. 5403. Tegyük fel, hogy egy egyszerű, összefüggő k-reguláris ($k \geq 2$) G gráf éleit ki lehet színezni k színnel úgy, hogy minden csúcsban csupa különböző színű él találkozzon. Bizonyítsuk be, hogy G bármelyik élét törölve a kapott gráf is összefüggő.

(5 pont) Javasolta: *Hujter Bálint*, Budapest

B. 5404. Az ABC hegyesszögű háromszög magasságainak talppontjai T_A T_B, T_C, továbbá a BC, CA, AB oldalak felezőpontjai rendre F_A, F_B és F_C. Jelölje r a beírt kör sugarát. Legyen P_A az AT_A szakasz azon pontja, amelyre $AP_A = r$. Hasonló módon kapjuk a P_B és P_C pontokat. Mutassuk meg, hogy az F_AP_A, F_BP_B, F_CP_C szakaszok egy pontban metszik egymást.

(6 pont) Javasolta: *Kiss Géza*, Csömör

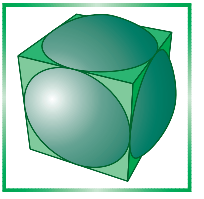
B. 5405. Az a_1, a_2, $\ldots$, a_n és b_1, b_2, $\ldots$, b_n pozitív egész számokra teljesül, hogy bármely $i<j\leqslant n$ indexekre b_i és b_j legnagyobb közös osztója nem osztója (a_i-a_j)-nek. Mutassuk meg, hogy $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{b_i}\leqslant 1$.

(6 pont) Javasolta: *Varga Boldizsár*, Budapest

❄

Beküldési határidő: 2024. október 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄



Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (884–886.)

A. 884. Egy $n\times n$-es táblázatot kitöltünk valós számokkal úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban 1 legyen a számok összege. K mely értékeire igaz a következő állítás: ha a táblázatban szereplő negatív számok abszolút értékeinek összege legfeljebb K, akkor biztosan ki lehet választani n pozitív számot a táblázatból úgy, hogy minden sorból és minden oszlopból pontosan egy számot válasszunk.

Javasolta: *Bencsik Dávid*, Budapest

A. 885. Legyen adva egy hegyesszögű nem egyenlőszárú ABC háromszög. Legyen BE és CF a háromszög két magassága, D pedig jelölje a háromszög beírt körének érintési pontját az AB oldalon. A BDE háromszög körülírt köre messe az AB egyenest másodszor a K pontban, a CDF háromszög körülírt köre messe az AC egyenest másodszor az L pontban. A BDE és a CDF háromszögek körülírt körei a KL egyenest másodszor rendre az X és az Y pontban metszik. Bizonyítandó, hogy a DXY háromszög beírt körének középpontja az ABC háromszög beírt körére esik.

Javasolta: *Luu Dong*, Vietnam

A. 886. Adottak a k és n 1-nél nagyobb különbözô pozitív egész számok, továbbá véges sok (nem feltétlenül különböző) egész szám felírva a táblára. Kázmér egy lépésben letörölheti egy k-val nem osztható differenciájú számtani sorozat k egymást követő elemét, míg Nándor letörölheti egy n-nel nem osztható differenciájú számtani sorozat n egymást követő elemét. Tudjuk, hogy a kiindulási számok olyanok, hogy Kázmér és Nándor is le tudja törölni az összes számot véges sok lépésben (külön-külön). Bizonyítsuk be, hogy ekkor a táblán szereplő legnagyobb és legkisebb szám különbsége legalább $\varphi(n)+\varphi(k)$, ahol φ az Euler-féle fí-függvényt jelöli, vagyis $\varphi(n)$ az n-nél nem nagyobb, n-hez relatív prím pozitív egészek száma.

Javasolta: *Varga Boldizsár*, Budapest

A 2023–2024-es tanévi pontversenyek végeredménye

A díjazottak, továbbá a díjazottak és dicséretesek okleveleit a KöMaL Ifjúsági Ankéton (amelynek tervezett időpontja 2024. november 2–3.) adjuk át.* A díjazottak és a dicséretesek közül az első öt helyezett, valamint tanáraik étkezését és szállását térítésmentesen biztosítjuk az Ankéton.

MATEMATIKA

A-jelű (nehezebb) matematika feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 189 pontot lehetett elérni.

1. díj: **Varga Boldizsár** 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) . . . . 185 pont

2. díj: **Wiener Anna** 12. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) . . . . 165 pont

3–4. díj: **Bodor Mátyás** 10. o. t. (Románia, Csíkszereda, Márton Áron Líceum)
Szakács Ábel 10. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) . . . . 110 pont

5. díj: **Czanik Pál** 11. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) . . . . 92 pont

Első dicséretben részesül: 6. *Diaconescu Tashi* 10. o. t. (Románia, Kolozsvár, Spark Generation) 77 pont; **7.** *Simon László Bence* 12. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 65 pont; **8.** *Philip Stefanov* 11. o. t. (Bulgária, Szófia, First Private Mathematical Gymnasium) 62 pont; **9.** *Duchon Márton* 12. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 56 pont; **10.** *Foris Dávid* 12. o. t. (Gödöllői Török Ignác Gimn.) 54 pont; **11.** *Tianyue Dai* 9. o. t. (Kína, Shenzhen, Shenzhen Middle School) 49 pont; **12.** *Holló Martin* 10. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 48 pont; **13.** *Nguyen Kim Dorka* 11. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 45 pont.

Második dicséretben részesül: 14. *Forrai Boldizsár* 10. o. t. (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 36 pont; **15.** *Tarján Bernát* 12. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 35 pont; **16–17.** *Fleischman Illés* 11. o. t. (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.); *Virág Rudolf* 12. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 30 pont; **18.** *Hodossy Réka* 11. o. t. (Balassagyarmati Balassi B. Gimn.) 24 pont; **19.** *Chrobák Gergő* 12. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 23 pont; **20.** *Zömbik Barnabás* 12. o. t. (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.) 21 pont.

Jó eredményt ért még el: **21.** *Kocsis Péter* 10. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 17 pont; **22.** *Szabó Levente* 12. o. t. (Budapest, Szent István

*Az Ankét részletes programjáról honlapunkon adunk tájékoztatást. Várunk rendezvényünkre minden versenyzőt és érdeklődőt. A programváltoztatás jogát fenntartjuk.

Gimn.) 16 pont; **23–25.** *Lincoln Liu* 9. o. t. (Hongkong, Hongkong, Sha Tin College); *Selim Cadîr* 12. o. t. (Románia, Bukarest, International Computer High School of Bucharest); *Fekete Aron* 11. o. t. (Amerikai Egyesült Államok, New Hampshire, Litchfield, Campbell High School) 14 pont; **26.** *Farkas Bendegúz* 12. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 13 pont; **27–28.** *Kovács Benedek Noel* 11. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); *Morvai Várkony Albert* 8. o. t. (Fóti Garay János Ált. Isk.) 12 pont; **29.** *Bencz Benedek* 11. o. t. (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 11 pont; **30–31.** *Baran Júlia* 8. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.); *Anay Aggarwal* 10. o. t. (Amerikai Egyesült Államok, Portland, Jesuit High School) 9 pont; **32.** *Horák Zsófia* 9. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 8 pont; **33–39.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 10. o. t. (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.); *Fórizs Emma* 12. o. t. (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.); *Gömze Norken* 12. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.); *Vödrös Dániel László* 9. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); *Virág Lénárd Dániel* 11. o. t. (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.); *Somogyi Martin Tibor* 12. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Vigh Zalán* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 7 pont.

További 30 versenyző kevesebb pontot ért el.

B-jelű matematika feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 269 pontot lehetett elérni.

5–8. osztályosok

1. díj: Aravin Peter 7. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .... 233 pont

2. díj: Kővágó Edit Gréta 7. o. t. (Pápa, Türr István Gimn. és Koll.) .... 184 pont

3. díj: Morvai Várkony Albert 8. o. t. (Fót, Fóti Garay János Ált. Isk.) . 149 pont

4. díj: Maróti Bálint 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) .... 118 pont

5. díj: Danka Emma 6. o. t. (Nyíregyháza, Szent Miklós Gkat. Ált. Isk.) 113 pont

6. díj: Baran Júlia 8. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) .... 112 pont

Első dicséretben részesül: 7. *Baranyi Ernő* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 84 pont; **8.** *Hollósi Dominik* 8. o. t. (Németország, Neufahrn bei Freising, Oscar Maria Graf Gymnasium) 83 pont; **9–10.** *Pázmándi József Áron* 8. o. t. (Dunakeszi Radnóti M. Gimn.); *Li Mingdao* 6. o. t. (Budapest, Bem József Ált. Isk.) 77 pont; **11.** *Földi Krizsán Kitty* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 68 pont.

Második dicséretben részesül: 12. *Sógor-Jász Soma* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 44 pont; **13.** *Röst Vilmos* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 29 pont; **14.** *Ai Le* 6. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 24 pont; **15.** *Bolla Donát Andor* 8. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 23 pont.

Jó eredményt ért még el: **16.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 8. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 14 pont; **17.** *Varga Péter* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 13 pont; **18.** *Vadkerti Vince* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 12 pont.

További 12 versenyző kevesebb pontot ért el.

9. osztályosok

1. díj: Virág Tóbiás (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .. 231 pont
2. díj: Szabó Sámuel (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) . 216 pont
3. díj: Sági Mihály (Budapest, Móricz Zs. Gimn.) .... 213 pont
4. díj: Bui Thuy-Trang Nikolett (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .... 208 pont
5. díj: Csató Hanna Zita (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 198 pont
6. díj: Horák Zsófia (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .. 196 pont

Első dicséretben részesül: 7. *Sha Jingyuan* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 177 pont; **8.** *Sánta Gergely Péter* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 157 pont; **9.** *Varga Vivien* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 147 pont; **10.** *Ozsváth Botond* (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 139 pont; **11.** *Nagypál Katóca* (Szlovákia, Rimaszombat, Gömöralmágyi Alapiskola és Ó.) 110 pont; **12.** *Blaskovics Ádám* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 105 pont.

Második dicséretben részesül: 13–14. *Illés Dóra* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Vödrös Dániel László* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 93 pont; **15.** *Ostyáni Anna* (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) 80 pont; **16.** *Ligeti Ábel* (Veszprém, Lovassy László Gimn.) 73 pont; **17.** *Szabó-Komoróczki Csenge Veronika* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 68 pont; **18.** *Bodor Noémi* (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 65 pont; **19.** *Torma Emil* (Győr, Révai Miklós Gimn. és Koll.) 62 pont.

Jó eredményt ért még el: **20.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Budapest, Szent István Gimn.) 49 pont; **21.** *Máté Marcell* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 48 pont; **22–23.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); *Nagy Botond* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 47 pont; **24.** *Erdélyi Berta* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 45 pont; **25.** *Lincoln Liu* (Hongkong, Hongkong, Sha Tin College) 44 pont; **26.** *Szaniszló Dóra* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 41 pont.

További 49 versenyző kevesebb pontot ért el.

10. osztályosok

1. díj: **Bodor Mátyás** (Románia, Csíkszereda, Márton Áron Líceum). 262 pont
2. díj: **Holló Martin** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 261 pont
3–4. díj: **Ali Richárd** (Gödöllői Török Ignác Gimn.)
Sárdinecz Dóra (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .... 239 pont
5. díj: **Vigh Zalán** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) .... 231 pont
6–7. díj: **Prohászka Bulcsú** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.)
Zhai Yu Fan (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 223 pont
8–9. díj: **Diaconescu Tashi** (Románia, Kolozsvár, Spark Generation)
Wágner Márton (Budapest, Karinthy Frigyes Gimn.) .... 216 pont
10. díj: **Forrai Boldizsár** (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) .... 206 pont
11. díj: **Veres Dorottya** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .... 203 pont

Első dicséretben részesül: **12.** *Gyenes Károly* (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.) 193 pont; **13.** *Kerekes András* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 182 pont; **14.** *Szakács Ábel* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 174 pont; **15.** *Görömbey Tamás* (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 159 pont; **16.** *Baráth Borbála* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 154 pont; **17.** *Bogdán Balázs Ákos* (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) 147 pont; **18.** *Pletikoszity Martin* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 141 pont; **19.** *Bővíz Dániel* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 134 pont; **20.** *Farkas Ábel* (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) 130 pont; **21.** *Szabó Imre Bence* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 129 pont; **22.** *Körmöndi Márk* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 127 pont; **23.** *Németh Bernát* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 121 pont; **24–25.** *Kocsis Péter* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); *Miszori Gergő* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 111 pont.

Második dicséretben részesül: **26.** *Balassa János* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 95 pont; **27.** *Tulkán Dávid* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 90 pont; **28.** *Deák Boldizsár Tamás* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 85 pont; **29.** *Juhász Emma* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 67 pont; **30.** *Chen JiaTong* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 61 pont; **31.** *Pálfi András* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 57 pont; **32.** *Móricz Kármen* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 55 pont.

Jó eredményt ért még el: **33.** *Kökény Kristóf* (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 47 pont; **34–36.** *Ta Minh Khoa* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); *Vámosi Bendegúz Péter* (Debreceni Fazekas M. Gimn.); *Borbás Miklós* (Budapest, ELTE Radnóti M. Gyak. Ált. Isk. és Gyak. Gimn.) 46 pont; **37.** *Teveli Jakab* (Budapest, Karinthy Frigyes Gimn.) 43 pont; **38.** *Dam Soham* (Pittsburgh, Mt. Lebanon Senior High School) 40 pont; **39.** *Dulácska Dániel* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 39 pont; **40–41.** *Bedő Patrik* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Licsik Zsófia* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 37 pont; **42.** *Elias Simon* (Győr, Révai Miklós Gimn. és Koll.) 33 pont; **43.** *Tajta Sára* (Budapest, Városmajori Gimn.) 29 pont.

További 62 versenyző kevesebb pontot ért el.

11. osztályosok

1. díj: **Kovács Benedek Noel** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .... 258 pont
2. díj: **Keresztély Zsófia** (Budapest, Szent István Gimn.) .... 231 pont
3. díj: **Hodossy Réka** (Balassagyarmati Balassi B. Gimn.) .... 221 pont
4. díj: **Virág Lénárd Dániel** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) .... 216 pont
5. díj: **Sütő Áron** (Eger, Dobó István Gimn.) .... 208 pont
6. díj: **Petrányi Lilla** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .. 203 pont
7. díj: **Erdélyi Kata** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .. 197 pont
8. díj: **Csupor Albert Dezső** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) .... 196 pont

Első dicséretben részesül: **9.** *Bencze Mátyás* (Románia, Székelyudvarhely, Tamási Á. Gimn.) 190 pont; **10.** *Christ Miranda Anna* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 182 pont; **11.** *Klement Tamás* (Pécsi Leőwey K. Gimn.) 179 pont; **12.** *Tamás Gellért* (Győr, Kazinczy F. Gimn.) 174 pont; **13.** *Török Eszter Júlia* (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 169 pont; **14.** *Fekete Aron* (Amerikai

Egyesült Államok, New Hampshire, Litchfield, Campbell High School) 151 pont; **15.** *Molnár István Ádám* (Miskolc, Földes F. Gimn.) 149 pont; **16.** *Juhász-Molnár Erik* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 144 pont; **17.** *Tran Dávid* (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 141 pont; **18–19.** *Puppi Barna* (Kaposvári Táncsics M. Gimn.); *Tömböly Áron* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 139 pont; **20.** *Guthy Gábor* (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 134 pont; **21–22.** *Kovács Barnabás* (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.); *Elekes Dorottya* (Budapest-Fasori Ev. Gimn.) 108 pont; **23.** *Nagy Korina* (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.) 107 pont.

Második dicséretben részesül: 24. *Balaskó Noémi* (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 91 pont; **25.** *Máthé Gergely* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 76 pont; **26.** *Inokai Ádám* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 74 pont; **27.** *Egyházi Godó* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 69 pont; **28.** *Fleischman Illés* (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 67 pont; **29.** *Molnár Ábel* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 66 pont; **30.** *Fajszi Karsa* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 51 pont; **31.** *Gábor Benjámin* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 50 pont.

Jó eredményt ért még el: **32.** *Sulija Vanda Natália* (Budapest, Szent István Gimn.) 37 pont; **33.** *Sebők Violetta Írisz* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 36 pont; **34.** *Nagy Martin* (Miskolc, Földes F. Gimn.) 35 pont; **35.** *Kincses Hanna Blanka* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 33 pont; **36.** *Horváth-Varga Márton* (Szentendre, Ferences Gimn.) 31 pont.

További 69 versenyző kevesebb pontot ért el.

12. osztályosok

1. díj: Csonka Illés (Pécs, Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimn. és Koll.) . . . 221 pont
2. díj: Fórizs Emma (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.) . . . . 199 pont
3. díj: Jármai Roland (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) . . . . 191 pont
4. díj: Gömze Norken (Miskolc, Földes F. Gimn.) . . . . 188 pont
5. díj: Szabó Levente (Budapest, Szent István Gimn.) . . . . 182 pont
6. díj: Op Den Kelder Ábel (Budapest, Balassi B. Nyolcévf. Gimn.) . . . . 179 pont

Első dicséretben részesül: 7. *Romaniuc Albert-Iulian* (Románia, Románvásár, Colegiul National Roman-Vodă) 147 pont; **8.** *Fehérvári Donát* (Miskolc, Földes F. Gimn.) 146 pont; **9.** *Balaskó Imola* (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 130 pont; **10.** *Farkas Bendegúz* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 108 pont.

Második dicséretben részesül: 11–12. *Szeibert Dominik* (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.); *Miklós Janka* (Románia, Sepsiszentgyörgy, Székely Mikó Koll.) 79 pont; **13.** *Szemlér Bálint* (Budapest, Szent István Gimn.) 66 pont; **14.** *Hetényi Klára Tímea* (Budapest, Szent Margit Gimn.) 60 pont; **15–16.** *Fodor Gergely* (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.); *Spéth Gergely* (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.) 57 pont.

Jó eredményt ért még el: **17.** *Dukát Levente* (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 51 pont; **18.** *Markovics Benjámin* (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 47 pont; **19.** *Buday Noémi* (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 45 pont; **20.** *Töreczki Gábor* (Miskolc, Földes F. Gimn.) 44 pont; **21.** *Bencsik Bendegúz* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 41 pont.

További 31 versenyző kevesebb pontot ért el.

B-jelű matematika feladatok csapatversenye

5–10. osztályosok

1. díj: Menyét:
Hajba Milán 9. o. t. (Győr, Révai Miklós Gimn. és Koll.),
Hideg János 9. o. t. (Győr, Révai Miklós Gimn. és Koll.) .... 121 pont

2. díj: H2O függők:
Sun Wen Ze 9. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.),
Guan Ziyue 9. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .... 94 pont

Dicséretben részesül: 3. Alma: *Győri Áron* 10. o. t. (Győr, Kazinczy F. Gimn.), *Erdélyi Balázs* 10. o. t. (Győr, Kazinczy F. Gimn.), *Jóföldi Jonatán* 10. o. t. (Győr, Kazinczy F. Gimn.) 18 pont.

Jó eredményt ért még el: **4. CsakMostNeveztünk**: *Budai Máté* 10. o. t. (Gyula, Erkel Ferenc Gimn.), *Godó Nándor* 10. o. t. (Gyula, Erkel Ferenc Gimn.), *Nacsa Domán* 10. o. t. (Gyula, Erkel Ferenc Gimn.) 12 pont; **5. Paraméteres algebros**: *Domján István* 10. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.), *Pulka Gergely Tamás* 10. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.), *Derűs Ádám* 10. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 10 pont.

11–12. osztályosok

1. díj: Csacsogó Csajok Csodacsapata Csak Csávókkal!!!:
Pető Kristóf 12. o. t. (Budapest, Jedlik Ányos Gimn.),
Iliás Gergely 12. o. t. (Budapest, Jedlik Ányos Gimn.),
Bíró Gergő 12. o. t. (Budapest, Jedlik Ányos Gimn.) .... 109 pont

Dicséretben részesül: 2–3. Csicseriborsó: *Nagy Kata* 11. o. t. (Pécs, Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimn. és Koll.), *Harmincz Sára* 11. o. t. (Pécs, Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimn. és Koll.); **Agyierrlr**: *Kovács Kornél* 12. o. t. (Miskolci Herman Ottó Gimn.), *Varga Emese* 12. o. t. (Miskolci Herman Ottó Gimn.), *Baksa Anna* 12. o. t. (Miskolci Herman Ottó Gimn.) 49 pont.

További 1 csapat kevesebb pontot ért el.

C-jelű matematika feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 225 pontot lehetett elérni.

5–8. osztályosok

1. díj: **Danka Emma** 6. o. t. (Nyíregyháza, Szent Miklós Gkat. Ált. Isk.) 213 pont

2–3. díj: **Molnár-Sáska Tamás** 6. o. t. (Budapest, ELTE Radnóti M. Gyak. Ált. Isk. és Gyak. Gimn.)
Kővágó Edit Gréta 7. o. t. (Pápa, Türr István Gimn. és Koll.) . 212 pont

4. díj: **Hollósi Dominik** 8. o. t. (Németország, Neufahrn bei Freising, Oscar Maria Graf Gymnasium) .... 175 pont

5. díj: **Blaskovics Bálint** 7. o. t. (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) .... 172 pont

6. díj: **Tóth Marcell Domonkos** 8. o. t. (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.) .... 171 pont

7. díj: **Mizsei Márton** 5. o. t. (Debreceni Egyetem Kossuth L. Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) .... 149 pont

Dicséretben részesül: 8. *Li Mingdao* 6. o. t. (Budapest, Bem József Ált. Isk.) 133 pont; **9.** *Pázmándi József Áron* 8. o. t. (Dunakeszi Radnóti M. Gimn.) 120 pont; **10.** *Ai Le* 6. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 102 pont; **11.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 100 pont; **12.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 8. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 99 pont; **13.** *Gyulai Dorka* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 92 pont.

Jó eredményt ért még el: **14.** *Bora Ádám* 8. o. t. (Eger, Dobó István Gimn.) 78 pont; **15.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 76 pont; **16.** *Magyar Levente Árpád* 8. o. t. (Eger, Dobó István Gimn.) 75 pont; **17.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 64 pont; **18.** *Gutai Áron* 8. o. t. (Tatabánya, Tatabányai Árpád Gimn.) 63 pont; **19.** *Bánhelyi Kristóf* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 59 pont; **20.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 52 pont; **21.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 50 pont.

További 19 versenyző kevesebb pontot ért el.

9–10. osztályosok

1–2. díj:	**Budai Máté** 10. o. t. (Gyula, Erkel Ferenc Gimn.)	
	Pázmándi Renáta 9. o. t. (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.)	221 pont
3. díj:	**Beinschroth Máté** 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)	217 pont
4. díj:	**Kószó Ferenc** 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)	212 pont
5. díj:	**Domján István** 10. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.)	210 pont
6. díj:	**Hetyei Dániel** 10. o. t. (Győr, Révai Miklós Gimn. és Koll.)	206 pont
7. díj:	**Blaskovics Ádám** 9. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.)	204 pont
8. díj:	**Molnár Lili** 10. o. t. (Szolnok, Verseghy F. Gimn.)	201 pont
9. díj:	**Aaishipragya Kahaly** 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)	200 pont
10. díj:	**Tóth Bence** 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)	198 pont
11. díj:	**Auer Sára** 10. o. t. (Győr, Czuczor G. Bencés Gimn.)	197 pont
12. díj:	**Bartusková Viktória** 10. o. t. (Szlovákia, Galánta, Kodály Z. Gimn.)	195 pont
13–14. díj:	**Horváth Imre** 10. o. t. (Budapest, Szent Gellért Kat. Ált. Isk. és Gimn.)	
	Sipos Márton 10. o. t. (Budapest, Balassi B. Nyolcévf. Gimn.)	191 pont
15. díj:	**Tóth Luca** 9. o. t. (Budapest, Kempelen Farkas Gimn.)	188 pont
16. díj:	**Szabó András** 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.)	182 pont
17. díj:	**Barna Krisztina** 10. o. t. (Pécs, Koch Valéria Gimn., Ált. Isk., Ó., Koll. és Ped. Int.)	174 pont
18. díj:	**Mikó Hédi Irma** 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)	171 pont
19. díj:	**Nelissen Sámuel Zalán** 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)	166 pont
20. díj:	**Kulcsár Anna Zita** 10. o. t. (Budapest, Budai Nagy Antal Gimn.)	162 pont
21. díj:	**Válek Péter** 9. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.)	161 pont

Első dicséretben részesül: 22. *Derűs Ádám* 10. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 155 pont; **23.** *Máté Kristóf* 9. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 152 pont;

24–25. *Móricz Zsombor* 10. o. t. (Szolnok, Verseghy F. Gimn.); *Rasztgyörgy Jázmin* 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 149 pont; **26.** *Kókai Ákos* 10. o. t. (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 148 pont; **27.** *Kökény Kristóf* 10. o. t. (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 147 pont; **28–29.** *Tóth Hanga Katalin* 10. o. t. (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.); *Kovács Dániel* 10. o. t. (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 143 pont; **30.** *Gaál Gergely* 9. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 142 pont; **31.** *Horváth Benedek* 10. o. t. (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 139 pont; **32.** *Halmosi Dávid* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 138 pont; **33.** *Viczián Adél* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 132 pont; **34.** *Jurácsik Marcell* 9. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 125 pont; **35.** *Mateas Isabelle* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 123 pont; **36–40.** *Hodossy-Takács Ráhel* 10. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.); *Tajta Sára* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.); *Szabó Bálint* 10. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.); *Varga Vivien* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Pulka Gergely Tamás* 10. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 121 pont; **41.** *Németh Ábel* 9. o. t. (Szombathely, ELTE Bolyai J. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 120 pont.

Második dicséretben részesül: **42.** *Zólyomi Csongor* 9. o. t. (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.) 117 pont; **43.** *Komlósdi Sára* 10. o. t. (Kecskeméti Kodály Z. Ének-zenei Ált. Isk., Gimn.) 115 pont; **44.** *Balog Emese* 10. o. t. (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.) 113 pont; **45.** *Krüpl Boglárka* 10. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 112 pont; **46.** *Szörényi Zalán András* 9. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 109 pont; **47.** *Olajos Anna* 9. o. t. (Jászberény, Lehel Vezér Gimn.) 107 pont; **48.** *Zádori Gellért* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 99 pont; **49–50.** *Csabai Samu* 9. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.); *Gyüre-Garami Blanka* 9. o. t. (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) 93 pont; **51–52.** *Juhász Zsombor* 9. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.); *Kapiller Ákos Péter* 9. o. t. (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) 89 pont; **53–54.** *Holczer Kenéz* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 10. o. t. (Budapest, Szent István Gimn.) 88 pont; **55–57.** *Fülöp Magdaléna* 9. o. t. (Pécsi Leőwey K. Gimn.); *Szabó Máté* 9. o. t. (Románia, Érsekújvár, Jedlik Ányos Elektrotechnikai Szki.); *Hajnal Ákos Huba* 9. o. t. (Budapest, Táncsics M. Ált. Isk. és Gimn.) 86 pont; **58.** *Sipos Ferenc László* 9. o. t. (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) 85 pont; **59.** *Szalóki Árpád* 9. o. t. (Szolnok, Verseghy F. Gimn.) 83 pont; **60.** *Ozsváth Botond* 9. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 82 pont; **61.** *Szabó Bence* 10. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 80 pont.

Jó eredményt ért még el: **62–64.** *Bús László Teodor* 10. o. t. (Ceglédi Kossuth L. Gimn.); *Paskucz Kinga* 10. o. t. (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.); *Hajna Ádám* 9. o. t. (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) 78 pont; **65–69.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.); *Farkas Simon* 9. o. t. (Budapest, Lauder Javne Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Pannonhalmi Bencés Gimn., Egyházzenei Szki. és Koll.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.); *Kun Petra* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 76 pont; **70.** *Milovecz Fruzsina Panka* 9. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 73 pont; **71–72.** *Ördög Dominik* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Wolf Erik* 10. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 71 pont; **73–74.** *Timár Vince* 9. o. t. (Szeged, Karolina Gimn.); *Libor Andrea* 10. o. t. (Szolnok, Varga Katalin Gimn.) 69 pont; **75–76.** *Tamás Attila Gábor* 9. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.); *Sipos Dániel Sándor* 9. o. t. (Budapest, Budai Ciszterci Szent Imre Gimn.) 65 pont; **77–78.** *Szabados Zoltán* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 10. o. t. (Szentendre, II. Rákóczi Ferenc Ált. Isk. és Gimn.)

64 pont; **79.** *Szedmák Szabrina* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 63 pont; **80.** *Kiss Máté* 10. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 62 pont; **81.** *Farkas Máté* 10. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 60 pont; **82.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Budapest, Kempelen Farkas Gimn.) 59 pont; **83–85.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Jászberény, Lehel Vezér Gimn.); *Gáti Benjamin* 9. o. t. (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) 58 pont; **86.** *Miskolczi Máté Pál* 10. o. t. (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) 56 pont; **87.** *Kóródy Vera* 9. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 55 pont; **88–89.** *Tóth Bálint Levente* 9. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.); *Székely Márton* 9. o. t. (Budapest, Móricz Zs. Gimn.) 54 pont; **90–91.** *Telegdy Márk* 9. o. t. (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Szlovákia, Galánta, Kodály Z. Gimn.) 53 pont; **92–93.** *Hornyák Zalán Zétény* 9. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.); *Ráthonyi Levente Marcell* 9. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 52 pont; **94–95.** *Farkas Noémi* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Schmidt Marcell* 9. o. t. (Pécs, Koch Valéria Gimn., Ált. Isk., Ó., Koll. és Pedagógiai Intézet) 50 pont; **96–97.** *Szőke Klára* 9. o. t. (Budapest I. Ker. Toldy F. Gimn.); *Porczió Panna Mónika* 10. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.) 48 pont; **98–101.** *Kriston Regő Márton* 9. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.); *Piller Zsófia* 9. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Budapest, ELTE Trefort Ágoston Gyak. Gimn.); *Klenkó Éva Borbála* 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 47 pont; **102.** *Engi Zita* 10. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 46 pont; **103.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 45 pont; **104.** *Fekete Ábel* 9. o. t. (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) 44 pont; **105.** *Malinkó Dioméd* 10. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 43 pont; **106–110.** *Páternoszter Tamás* 10. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.); *Roszik Szabolcs* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Sipos Levente* 9. o. t. (Budapest, ELTE Trefort Ágoston Gyak. Gimn.); *Szathmáry Zalán* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 42 pont; **111–112.** *Szabó Medárd* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 41 pont; *Kiss Kincső* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); **113–117.** *Kámán-Gausz Péter* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.); *Simon-Hajdú Gergő* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.); *Ferecskó Máté* 10. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 40 pont.

További 336 versenyző kevesebb pontot ért el.

11–12. osztályosok

1–2. díj:	**Inokai Ádám** 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)	
	Iván Máté Domonkos 11. o. t. (Miskolci Herman Ottó Gimn.)	225 pont
3. díj:	**Szabó Donát** 11. o. t. (Miskolci Herman Ottó Gimn.)	223 pont
4. díj:	**Török Eszter Júlia** 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.)	221 pont
5. díj:	**Braun Zsófia** 12. o. t. (Eger, Neumann J. Gimn., Techn. és Koll.)	210 pont
6–7. díj:	**Nagy Korina** 11. o. t. (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.)	
	Balogh Péter 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)	209 pont
8. díj:	**Márfai Dóra** 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)	205 pont
9. díj:	**Simon Bálint** 11. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.)	202 pont

10. díj: **Wodala Gréta Klára** 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 199 pont
11. díj: **Žigo Boglárka** 11. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) ... 197 pont
12. díj: **Baksa Anna** 12. o. t. (Miskolci Herman Ottó Gimn.) ... 193 pont
13. díj: **Gyuricsek Ákos** 11. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) ... 192 pont
14. díj: **Barna Márton** 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) ... 190 pont
15–16. díj: **Volford Barnabás** 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)
Monoczki Máté 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) ... 186 pont
17–18. díj: **Bencze Mátyás** 11. o. t. (Románia, Székelyudvarhely, Tamási Á. Gimn.)
Pánovics Máté 11. o. t. (Pécsi Tudományegyetem Gyak. Ált. Isk., Gimn. és Ó. Babits Mihály Gimn.) ... 176 pont

Első dicséretben részesül: **19.** *Masa Barnabás* 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 169 pont; **20–21.** *Harmincz Sára* 11. o. t. (Pécs, Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimn. és Koll.); *Viczián Márk* 11. o. t. (Orosháza, Táncsics M. Gimn. és Szki.) 152 pont; **22.** *Petró Péter* 12. o. t. (Esztergomi Dobó Katalin Gimn.) 145 pont; **23.** *Somogyi Dóra* 11. o. t. (Győr, Kazinczy F. Gimn.) 141 pont; **24.** *Papp Zsófia* 11. o. t. (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 140 pont.

Második dicséretben részesül: **25.** *Csiszár András* 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 134 pont; **26.** *Palásthy Bánk* 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 133 pont; **27.** *Németh Hanna Júlia* 11. o. t. (Budapest, Kempelen Farkas Gimn.) 129 pont; **28.** *Bettesch Emma Léda* 11. o. t. (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) 127 pont.

Jó eredményt ért még el: **29.** *Biborka Bernadett* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 119 pont; **30.** *Medgyesi Júlia* 11. o. t. (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 116 pont; **31.** *Ujpál Bálint* 11. o. t. (Miskolci Herman Ottó Gimn.) 113 pont; **32.** *Hajdú Ábel* 11. o. t. (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 112 pont; **33.** *Bérczes Botond* 11. o. t. (Miskolci Herman Ottó Gimn.) 109 pont; **34.** *Puskás Péter* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 107 pont; **35.** *Dancsák Dénes* 12. o. t. (Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn.) 106 pont; **36.** *Juhos Bálint András* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 104 pont; **37.** *Sebők Violetta Írisz* 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 101 pont; **38.** *Járdánházi-Kurutz Vilmos* 11. o. t. (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 100 pont; **39.** *Gerencsér László* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 98 pont; **40.** *Kincses Hanna Blanka* 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 97 pont; **41.** *Mező Levente* 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 93 pont; **42.** *Raffay Gergely* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 90 pont; **43.** *Tóth Ágoston* 11. o. t. (Miskolci Herman Ottó Gimn.) 87 pont; **44.** *Duzmath Izabella* 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 83 pont; **45.** *Csáki Botond Benjámin* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 82 pont; **46–47.** *Tóth-Falusi Mihály* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.); *Demeter Flóra* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 79 pont; **48.** *Feczkó Illés Tivadar* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 78 pont; **49.** *Ehrlich Máté* 11. o. t. (Miskolci Herman Ottó Gimn.) 75 pont; **50.** *Szamkó Hanna* 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 74 pont; **51.** *Beke Botond* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 73 pont; **52.** *Polyányi Lora Molli* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 72 pont;

53–54. *Sahin-Tóth Gábor* 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Károlyi József* 11. o. t. (Budapest, Móricz Zs. Gimn.) 71 pont; **55.** *Fiser Boldizsár* 12. o. t. (Eger, Neumann J. Gimn., Techn. és Koll.) 70 pont; **56.** *Király Áron* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 69 pont; **57.** *Gál András* 11. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 66 pont; **58.** *Visontai Viktor* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 62 pont; **59–60.** *Hauser Márton* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.); *Fülöp Máté* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 61 pont; **61–62.** *Nagy Huba* 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Száva András* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 58 pont; **63.** *Gombos Dániel* 12. o. t. (Bonyhádi Petőfi S. Ev. Gimn. és Koll.) 55 pont; **64.** *Halmai Attila* 11. o. t. (Miskolci Herman Ottó Gimn.) 54 pont; **65.** *Antónyi Emő* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 53 pont; **66.** *Alexandrova Angelina* 11. o. t. (Keszthelyi Vajda J. Gimn.) 52 pont; **67–68.** *Han Xinzhi* 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.); *Komorjai Zsigmond László* 12. o. t. (Budapest I. Ker. Toldy F. Gimn.) 51 pont.

További 140 versenyző kevesebb pontot ért el.

C-jelű matematika feladatok csapatversenye

5–10. osztályosok

1. díj: Nagy Gauss:
Farkas András 10. o. t. (Jászberény, Lehel Vezér Gimn.),
Kis Gergő 10. o. t. (Jászberény, Lehel Vezér Gimn.),
Tóásó Tibor 10. o. t. (Jászberény, Lehel Vezér Gimn.) .... 203 pont

2. díj: 3 Kovászos Uborka:
Baráth Anna 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.),
Beke Natália 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.),
Ďurčovič Ádám 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 175 pont

Első dicséretben részesül: 3. Kiadós Vendula: *Tapolcsányi Zalán* 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.), *Sukola Bence* 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.), *Matyó Simon* 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 93 pont.

Második dicséretben részesül: 4. HatványaLAP: *Kovács Luca Kata* 9. o. t. (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.), *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.), *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.) 61 pont.

További 2 csapat kevesebb pontot ért el.

11–12. osztályosok

1. díj: Függők:
Galuska Levente 11. o. t. (Eger, Neumann J. Gimn., Tech. és Koll.),
Susán Henrik 11. o. t. (Eger, Neumann J. Gimn., Tech. és Koll.),
Ragó Marcell 11. o. t. (Eger, Neumann J. Gimn., Tech. és Koll.) . 206 pont

2. díj: 3 dimenzió:
Ferenczi Bence 11. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.),
Bukor Emőke Zsuzsanna 11. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.),
Fehér Eszter 11. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) .. 198 pont

3. díj: Dáúci:
Fazakas Bálint 12. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.),
Kozma-Kulcsár András 12. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.),
Vágó Botond 12. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.) .... 180 pont

Első dicséretben részesül: 4. Számkivetettek: *Magura Anna Luca* 11. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.), *Kovács Klára* 11. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.), *Hegedüs Anna Eszter* 11. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.) 161 pont.

Második dicséretben részesül: 5. Nyerő Trió: *Kepenyes Fanni* 12. o. t. (Szolnok, Varga Katalin Gimn.), *Gulyás Janka* 12. o. t. (Szolnok, Varga Katalin Gimn.), *Őzbas Yasin* 12. o. t. (Szolnok, Varga Katalin Gimn.) 126 pont.

További 5 csapat kevesebb pontot ért el.

K-jelű matematika feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 225 pontot lehetett elérni.

1. díj: **Pázmándi Renáta** (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.) ...... 222 pont
2. díj: **Juhász Zsombor** (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 221 pont
3. díj: **Tóth Luca** (Budapest, Kempelen Farkas Gimn.) .... 217 pont
4. díj: **Szabó Máté** (Románia, Érsekújvár, Jedlik Ányos Elektrotechnikai Szki.) .... 216 pont
5–6. díj: **Hajnal Ákos Huba** (Budapest, Táncsics M. Ált. Isk. és Gimn.)
Szalóki Árpád (Szolnok, Verseghy F. Gimn.) .... 211 pont
7. díj: **Fülöp Magdaléna** (Pécsi Leőwey K. Gimn.) .... 210 pont
8. díj: **Olajos Anna** (Jászberény, Lehel Vezér Gimn.) .... 207 pont
9. díj: **(hiányzó GDPR nyilatkozat)** (Pannonhalmi Bencés Gimn., Egyházzenei Szki. és Koll.) .... 194 pont
10. díj: **Farkas Simon** (Budapest, Lauder Javne Gimn.) .... 187 pont
11. díj: **Máté Kristóf** (Miskolc, Földes F. Gimn.) .... 183 pont
12. díj: **Viczián Adél** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) .... 178 pont
13. díj: **Válek Péter** (Debreceni Fazekas M. Gimn.) .... 171 pont
14. díj: **Németh Ábel** (Szombathely, ELTE Bolyai J. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .... 170 pont
15. díj: **Gáti Benjamin** (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) .... 169 pont
16–17. díj: **Tamás Attila Gábor** (Budapest, Városmajori Gimn.)
Timár Vince (Szeged, Karolina Gimn.) .... 168 pont
18. díj: **Sipos Dániel Sándor** (Budapest, Budai Ciszterci Szent Imre Gimn.) .... 167 pont
19. díj: **Ördög Dominik** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) .... 166 pont

Első dicséretben részesül: 20. *Kóródy Vera* (Budapest, Városmajori Gimn.) 159 pont; **21.** *Szedmák Szabrina* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 157 pont; **22.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Budapest, ELTE Trefort Ágoston Gyak. Gimn.) 150 pont; **23.** *Gaál Gergely* (Miskolc, Földes F. Gimn.) 145 pont; **24.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 139 pont; **25.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Szlovákia, Galánta, Kodály Z. Gimn.) 138 pont; **26–27.** *Sipos Levente* (Budapest, ELTE Trefort Ágoston Gyak. Gimn.); *Dömők Bernadett* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 137 pont; **28.** *Csáki*

Anikó (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 136 pont; **29.** *Piller Zsófia* (Budapest, Városmajori Gimn.) 135 pont.

Második dicséretben részesül: 30. *Kámán-Gausz Péter* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 126 pont; **31.** *Roszik Szabolcs* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 124 pont; **32.** *Schmidt Marcell* (Pécs, Koch Valéria Gimn., Ált. Isk., Ó., Koll. és Pedagógiai Intézet) 122 pont; **33.** *Csabai Samu* (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 121 pont; **34–35.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Budapest, Városmajori Gimn.); *Kapiller Ákos Péter* (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) 116 pont; **36.** *Chen Peidong* (Budapest, Karinthy Frigyes Gimn.) 113 pont; **37–38.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Miskolc, Földes F. Gimn.); *Ivák László* (Miskolci Herman Ottó Gimn.) 112 pont; **39.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Jászberény, Lehel Vezér Gimn.) 111 pont; **40.** *Szabó Medárd* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 109 pont; **41.** *Károly Kamilla* (Budapest, Patrona Hungariae Gimn.) 106 pont; **42.** *Pintér Lilianna* (Budapest, Városmajori Gimn.) 105 pont; **43.** *Tóth Bálint Levente* (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 104 pont; **44.** *Péterfia Kamilla* (Budapest, Városmajori Gimn.) 102 pont; **45.** *Kriston Regő Márton* (Miskolc, Földes F. Gimn.) 101 pont; **46.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Miskolc, Földes F. Gimn.) 100 pont; **47.** *Kőhidi Kata* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 99 pont; **48.** *Papp Emese Petra* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 92 pont; **49.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 90 pont; **50.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Budapest, Városmajori Gimn.) 89 pont.

Jó eredményt ért még el: **51–53.** *Dóry Johanna* (Budapest, Városmajori Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Budapest, Városmajori Gimn.); *Szabó András* (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 85 pont; **54.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Miskolci Herman Ottó Gimn.) 84 pont; **55–56.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 82 pont; **57.** *Hegedűs Gergely* (Budapest, ELTE Trefort Ágoston Gyak. Gimn.) 81 pont; **58–59.** *Halmosi Dávid* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 79 pont; **60–62.** *Gyerkó Anna* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Zámolyi Norbert* (Zalaegerszeg, Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Budapest, Városmajori Gimn.) 78 pont; **63–65.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Debreceni Fazekas M. Gimn.); *Juhász Gergely* (Debreceni Fazekas M. Gimn.); *Kubica Ádám* (Szlovákia, Galánta, Kodály Z. Gimn.) 76 pont; **66–68.** *Bubálik Nóra* (Budapest, Városmajori Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Miskolci Herman Ottó Gimn.); *Rasztgyörgy Jázmin* (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 75 pont; **69–71.** *Pivárcsik Márk* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Miskolci Herman Ottó Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Mátészalka, Esze Tamás Gimn.) 72 pont; **72–74.** *Araguas Mátyás* (Budapest, Városmajori Gimn.); *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Sajó Marcell* (Miskolc, Miskolci Herman Ottó Gimn.) 71 pont; **75.** *Novothny Petra* (Budapest, Kempelen Farkas Gimn.) 70 pont; **76–78.** *Feith Benedek* (Budapest, Városmajori Gimn.); *Szörényi Zalán András* (Miskolc, Földes F. Gimn.); *Székely Belián* (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.) 69 pont; **79–80.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.); *Hornyák Zalán Zétény* (Miskolc, Földes F. Gimn.) 67 pont; **81.** *Némethy Márk* (Zalaegerszeg, Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 64 pont; **82.** *Szőke János* (Miskolci Herman Ottó Gimn.) 63 pont; **83–84.** *Zólyomi Csongor* (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.); *Gárdonyi Zsolt* (Budapest, Városmajori Gimn.) 62 pont.

További 197 versenyző kevesebb pontot ért el.

Idén is kiosztásra kerültek a Lovász László által alapított díjak. Kiemelt Lovász-díjat kapott Szakács Ábel (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.) az **A. 865**. feladatra küldött megoldás ötletéért, továbbá az **A. 866.**, **A. 882.**, **B. 5364.** és **B. 5373.** feladatokra küldött megoldásáért; Wiener Anna (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. évf.) az **A. 859.**, **A. 874.**, **A. 876.** és az **A. 877.** feladatokra adott megoldásaiért, valamint Varga Boldizsár (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 11. évf.) az **A. 865.** és az **A. 882.** feladatokra adott megoldásaiért, illetve a kitűzésre került **A. 857.** és **B. 5389.** feladataiért.

Lovász-díjat kapott Bodor Mátyás (Csíkszereda, Márton Áron Líceum, 10. évf.) az **A. 881.** és **B. 5333.** feladatokra; Czanik Pál (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.) az **A. 881.** feladatra és Tarján Bernát (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 12. évf.) az **A. 866.** feladatra adott megoldásért.

INFORMATIKA

I-jelű informatika feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 270 pontot lehetett elérni.

1. díj: Nagy Korina 11. o. t. (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.) .... 267 pont

2. díj: Szabó Imre Bence 10. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .... 266 pont

3. díj: Puppi Barna 11. o. t. (Kaposvári Táncsics M. Gimn.) .... 264 pont

4. díj: Gyönki Dominik 11. o. t. (Eger, Neumann J. Gimn., Tech. és Koll.) 263 pont

5. díj: Pál Benedek József 12. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) .... 250 pont

6. díj: Sógor-Jász Soma 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) .... 242 pont

7. díj: Halmosi Dávid 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) .... 238 pont

8. díj: Bátorfi Balázs 12. o. t. (Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn.) ...... 233 pont

Dicséretben részesül: 9. *Schmidt Marcell* 9. o. t. (Pécs, Koch Valéria Gimn., Ált. Isk., Ó., Koll. és Pedagógiai Intézet) 136 pont; **10.** *Farkas Roland* 12. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 132 pont; **11.** *Simon-Hajdú Gergő* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 123 pont; **12.** *Csíkos Benjamin* 12. o. t. (Kecskeméti Bolyai J. Gimn.) 115 pont; **13.** *Nagy Borbála Adrienn* 8. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 107 pont; **14.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 10. o. t. (Kecskeméti Bolyai J. Gimn.) 103 pont; **15.** *Dömők Bernadett* 9. o. t. (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 97 pont; **16.** *Magyar Levente Árpád* 8. o. t. (Eger, Dobó István Gimn.) 94 pont; **17.** *Hajós-Szabó Máté* 11. o. t. (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) 93 pont; **18.** *Anastasiia Nosyk* 10. o. t. (Nagy-Britannia, Tiverton, Blundell's School) 91 pont.

Jó eredményt ért még el: **19.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 8. o. t. (Eger, Dobó István Gimn.) 76 pont; **20.** *Oláh Barnabás* 10. o. t. (Budapest, Sztehlo Gábor Ev. Ó., Ált. Isk. és Gimn.) 70 pont; **21.** *Illés Gergely Levente* 11. o. t. (Pécsi Janus Pannonius Gimn.) 68 pont; **22.** *Viszkocsil Norton* 10. o. t. (Budapest, Madách I. Gimn.) 66 pont; **23.** *Hegyi Benedek* 9. o. t. (Esztergomi Dobó Katalin Gimn.) 61 pont; **24.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 59 pont; **25.** *Kiss Ákos* 12. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 56 pont; **26–27.** *Vágóczi Ákos Mihály* 10. o. t. (Budapest, Sztehlo Gábor Ev. Ó., Ált. Isk. és Gimn.); *Stadler Csongor* 10. o. t. (Budapest, Sztehlo Gábor Ev. Ó., Ált. Isk. és Gimn.) 52 pont; **28–29.** *Bődi Marcell* 10. o. t. (Budapest, Sztehlo Gábor Ev. Ó., Ált. Isk. és Gimn.); *Dely*

Bendegúz 10. o. t. (Budapest, Sztehlo Gábor Ev. Ó., Ált. Isk. és Gimn.) 51 pont; **30.** *Pisaru Tomas* 10. o. t. (Budapest, Sztehlo Gábor Ev. Ó., Ált. Isk. és Gimn.) 50 pont.

További 46 versenyző kevesebb pontot ért el.

I-jelű informatika feladatok csapatversenye

1. Ingyengyőzelemnemdrága: *Magyar András* 12. o. t. (Budapest, Jedlik Á. Gimn.), *Iliás Gergely* 12. o. t. (Budapest, Jedlik Á. Gimn.), *Bíró Gergő* 12. o. t. (Budapest, Jedlik Á. Gimn.) 30 pont; **2. Apple**: *Győri Áron* 10. o. t. (Győr, Kazinczy F. Gimn.), *Jóföldi Jonatán* 10. o. t. (Győr, Kazinczy F. Gimn.), *Erdélyi Balázs* 10. o. t. (Győr, Kazinczy F. Gimn.) 9 pont.

FIZIKA

Fizika mérési feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 54 pontot lehetett elérni.

1–3. díj:	**Hegedüs Márk** 9. o. t. (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.)	
	Csapó András 9. o. t. (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.)	
	Žigo Boglárka 11. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.)	54 pont
4. díj:	**Az Ébredő Erő**: **Csóka Péter** 11. o. t. (Pécsi Janus Pannonius Gimn.), **Schäffer Donát** 11. o. t. (Pécsi Janus Pannonius Gimn.)	53 pont
5–6. díj:	**Bencze Mátyás** 11. o. t. (Románia, Székelyudvarhely, Tamási Á. Gimn.)	
	Newtonméter: **Kiss Benedek** 11. o. t. (Sopron, Berzsenyi D. Ev. (Líceum) Gimn. és Koll.), **Sós Ádám** 11. o. t. (Sopron, Berzsenyi D. Ev. (Líceum) Gimn. és Koll.)	49 pont
7. díj:	**KömalÁszok**: **Kiss Kinga Lili** 11. o. t. (Debrecen, Tóth Árpád Gimn.), **Bodnár Hanna** 11. o. t. (Debrecen, Tóth Árpád Gimn.)	47 pont
8. díj:	**Fülöp Magdaléna** 9. o. t. (Pécsi Leőwey K. Gimn.)	46 pont

Dicséretben részesül: 9. Zkn: *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Debrecen, Tóth Árpád Gimn.), *Márton Kincső* 9. o. t. (Debrecen, Tóth Árpád Gimn.) 33 pont; **10.** *Gáti Benjamin* 9. o. t. (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) 28 pont; **11. 2 lóerő**: *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.), *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 25 pont.

Jó eredményt ért még el: **12.** *Lakatos Léna* 9. o. t. (Debrecen, Tóth Árpád Gimn.) 18 pont; **13. Haversütik**: *Dávid Dorka* 9. o. t. (Debrecen, Tóth Árpád Gimn.), *Illés Réka* 9. o. t. (Debrecen, Tóth Árpád Gimn.) 15 pont; **14.** *Csonka Áron* 9. o. t. (Budapest, Piarista Gimn.) 13 pont; **15.** *Masa Barnabás* 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 11 pont; **16.** *Bélteki Teó* 10. o. t. (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 10 pont.

További 21 versenyző kevesebb pontot ért el.

G-jelű fizika gyakorlatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 104 pontot lehetett elérni.

Legfeljebb 8. osztályosok

1. díj: Porcsin Gréta 8. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) .... 93 pont
2. díj: Sógor-Jász Soma 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) .... 84 pont
3. díj: Hollósi Dominik 8. o. t. (Németország, Neufahrn bei Freising, Oscar Maria Graf Gymnasium) .... 76 pont

Első dicséretben részesül: 4. *Blaskovics Bálint* 7. o. t. (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) 69 pont.

Második dicséretben részesül: 5–6. *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 8. o. t. (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.); *Bora Ádám* 8. o. t. (Eger, Dobó István Gimn.) 42 pont.

Jó eredményt ért még el: **7.** *Rácz Koppány Bendeguz* 8. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 27 pont; **8.** *Havasi Gergely* 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 25 pont; **9.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* 8. o. t. (Eger, Dobó István Gimn.) 23 pont.

További 7 versenyző kevesebb pontot ért el.

9. osztályosok

1. díj: **Blaskovics Ádám** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .... 102 pont
2. díj: **Fülöp Magdaléna** (Pécsi Leőwey K. Gimn.) .... 99 pont
3. díj: **Szabó András** (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) ...... 94 pont
4. díj: **Barth Albert Krisztián** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) .... 92 pont
5–6. díj: **Kis Boglárka** (Kecskeméti Katona J. Gimn.)
Vincze Anna (Kecskeméti Katona J. Gimn.) .... 89 pont
7. díj: **Varga Vivien** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) .... 83 pont
8. díj: **Csonka Áron** (Budapest, Piarista Gimn.) .... 78 pont
9. díj: **Papp Emese Petra** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) .... 75 pont

Dicséretben részesül: 10–11. *Szabó Márton* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.); *Méhes Mátyás* (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 73 pont; **12–13.** *Németh Ábel* (Szombathely, ELTE Bolyai J. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); *Gerlei Dániel* (Budapest, Városmajori Gimn.) 70 pont; **14.** *Táborosi Sára* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 69 pont; **15.** *Sipos Dániel Sándor* (Budapest, Budai Ciszterci Szent Imre Gimn.) 68 pont; **16–17.** *Havas Dániel* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.); *Hrubi Kristóf* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 60 pont; **18.** *Bakonyi Zsombor Attila* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 56 pont; **19.** *Schmidt Marcell* (Pécs, Koch Valéria Gimn., Ált. Isk., Ó., Koll. és Pedagógiai Intézet) 53 pont; **20.** *Horváth Botond* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 52 pont; **21–22.** *Milovecz Fruzsina Panka* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); *He Stefan* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 51 pont.

Jó eredményt ért még el: **23.** *Marosi Hella Rita* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 42 pont; **24–25.** *Horváth Kristóf Dominik* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.); *Zámolyi Norbert* (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 39 pont; **26.** *Zhang Yan* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 38 pont; **27.** *Vízhányó Janka* (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 36 pont; **28.** *Klenkó Éva Borbála* (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 35 pont; **29.** *Dömők Bernadett* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 34 pont; **30.** *Chen Yu* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 33 pont; **31.** *Klučka Dominika* (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 31 pont; **32.** *Csáki Anikó* (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 29 pont; **33.** *(hiányzó GDPR nyilatkozat)* (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.) 28 pont; **34.** *Roszik Szabolcs* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 27 pont.

További 31 versenyző kevesebb pontot ért el.

10. osztályosok

1. díj: Bús László Teodor (Ceglédi Kossuth L. Gimn.) .... 97 pont

2. díj: Tajta Sára (Budapest, Városmajori Gimn.) .... 94 pont

3. díj: Kisida Kata (Budapest, Városmajori Gimn.) .... 89 pont

4. díj: Jávor Botond (Budapest, Városmajori Gimn.) .... 84 pont

5. díj: Bohner Emese (Budapest, Városmajori Gimn.) .... 81 pont

6. díj: Antal Áron (Székelyudvarhely, Tamási Á. Gimn.) .... 76 pont

7. díj: Görög Csanád Botond (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .... 74 pont

Dicséretben részesül: 8. *Field Márton* (Budapest, Városmajori Gimn.) 58 pont; **9–10.** *Páternoszter Tamás* (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.); *Szabó Bálint* (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 57 pont; **11.** *Sárecz Bence* (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 52 pont.

Jó eredményt ért még el: **12–13.** *Pulka Gergely Tamás* (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.); *Vértesi Janka* (Debreceni Ady Endre Gimn.) 47 pont; **14–15.** *Wolf Erik* (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.); *Szabó Bence* (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 45 pont.

További 12 versenyző kevesebb pontot ért el.

G-jelű fizika gyakorlatok csapatversenye

5–10. osztályosok

1. díj: fizikások:
Herczeg Viktória 10. o. t. (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.),
Ollé Sarolta 10. o. t. (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) .... 83 pont

2. díj: Fizika Pythonok:
Csizmadia Ferenc 8. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.),
Czuczor Dávid 8. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.),
Veszelka Gergely 8. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) .... 55 pont

Dicséretben részesül: 3. Téglás KK Diggerstein: *Sukola Bence* 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.), *Matyó Simon* 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.), *Hriňa Adrián* 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 29 pont.

Jó eredményt ért még el: **4. Hordólakók**: *Lévay Luca Sára* 10. o. t. (Budapest, Madách I. Gimn.), *Kovács-Hajdu Róza* 10. o. t. (Budapest, Madách I. Gimn.) 10 pont.

További 3 csapat kevesebb pontot ért el.

P-jelű elméleti fizika feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával a legfeljebb 8. osztályosoknál 143, a többi évfolyamnál 187 pontot lehetett elérni.

Legfeljebb 8. osztályosok

Dicséretben részesül: 1. *Pázmándi József Áron* 8. o. t. (Dunakeszi Radnóti M. Gimn.) 72 pont.

9. osztályosok

1. díj: Hegedüs Márk (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) .... 168 pont

2. díj: Csapó András (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) .... 154 pont

Jó eredményt ért még el: **3.** *Lincoln Liu* (Hongkong, Hongkong, Sha Tin College) 17 pont.

További 4 versenyző kevesebb pontot ért el.

10. osztályosok

1. díj: Czirják Márton Pál (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .... 176 pont

2. díj: Tóth Kolos Barnabás (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.) .... 166 pont

3. díj: Dobos Anita (Budapest, Szent István Gimn.) .... 147 pont

4. díj: Tóth Hanga Katalin (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.) .... 141 pont

5. díj: Zólomy Csanád Zsolt (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) .... 136 pont

Első dicséretben részesül: 6–7. *Erős Fanni* (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.); *Bélteki Teó* (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 124 pont; **8.** *Hornok Máté* (Pécsi Leőwey K. Gimn.) 122 pont; **9.** *Gyenes Károly* (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn.) 103 pont; **10.** *Simon János Dániel* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 89 pont; **11.** *Zádori Gellért* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 79 pont; **12.** *Szabó Imre Bence* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 72 pont.

Jó eredményt ért még el: **13.** *Zámbó Luca* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 58 pont; **14.** *Diaconescu Tashi* (Románia, Kolozsvár, Spark Generation) 56 pont; **15.** *Földes Márton* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 52 pont; **16.** *Varga Zsolt* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 42 pont.

További 33 versenyző kevesebb pontot ért el.

11. osztályosok

1. díj: Szabó Donát (Miskolci Herman Ottó Gimn.) .... 171 pont

2. díj: Klement Tamás (Pécsi Leőwey K. Gimn.) .... 165 pont

3. díj: Csiszár András (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) .... 162 pont

4. díj: Kiss Adorján Timon (Kaposvári Táncsics M. Gimn.) .... 150 pont

5. díj: Masa Barnabás (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) .... 144 pont

6. díj: Fajszi Karsa (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) ... 142 pont

Első dicséretben részesül: 7. *Sütő Áron* (Eger, Dobó István Gimn.) 135 pont; **8.** *Bencze Mátyás* (Románia, Székelyudvarhely, Tamási Á. Gimn.) 129 pont; **9.** *Bencz Benedek* (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 126 pont; **10.** *Fekete Lúcia* (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn.) 123 pont; **11.** *Žigo Boglárka* (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 111 pont; **12.** *Magyar Zsófia* (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 109 pont.

Második dicséretben részesül: 13. *Gyerő Soma* (Románia, Székelyudvarhely, Tamási Á. Gimn.) 91 pont; **14.** *Barna Márton* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 80 pont; **15.** *Kis Márton Tamás* (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 79 pont; **16.** *Képes Botond* (Tatai Ref. Gimn.) 75 pont; **17.** *Beke Botond* (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 68 pont; **18.** *Molnár Ábel* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 67 pont; **19.** *Vincze Farkas Csongor* (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 61 pont; **20.** *Medgyesi Júlia* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 57 pont.

Jó eredményt ért még el: **21.** *Molnár Zétény* (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) 50 pont; **22–23.** *Rózsa Laura Enikő* (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.); *Süveg Janka Villő* (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 46 pont; **24.** *Benes András* (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 44 pont; **25.** *Bocor Gergely* (Pécsi Leőwey K. Gimn.) 43 pont; **26–29.** *Wodala Gréta Klára* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Éliás Kristóf* (Miskolc, Földes F. Gimn.); *Márfai Dóra* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Nguyen Kim Dorka* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 41 pont.

További 44 versenyző kevesebb pontot ért el.

12. osztályosok

1. díj: **Csóka Péter** (Pécsi Janus Pannonius Gimn.) .... 163 pont

2–3. díj: **Seprődi Barnabás Bendegúz** (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.)
Fehérvári Donát (Miskolc, Földes F. Gimn.) .... 160 pont

Első dicséretben részesül: 4. *Debreceni Dániel* (Szolnok, Verseghy F. Gimn.) 141 pont; **5.** *Gerendás Roland* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 124 pont; **6.** *Tárnok Ede* (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 118 pont; **7.** *Kovács Kristóf* (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 117 pont; **8.** *Molnár Kristóf* (Budapest, Városmajori Gimn.) 115 pont; **9.** *Vágó Botond* (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.) 109 pont.

Második dicséretben részesül: 10. *Csernyik Péter* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 99 pont; **11.** *Bunford Luca* (Budapest, Városmajori Gimn.) 92 pont; **12.** *Bernhardt Dávid* (Budapest XVI. Ker. Szerb A. Gimn.) 90 pont; **13.** *Bogdán Benedek* (Budapest, Városmajori Gimn.) 86 pont; **14.** *Flóring Balázs* (Kecskeméti Bolyai J. Gimn.) 80 pont.

Jó eredményt ért még el: **15.** *Hüvös Gergely* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 63 pont; **16.** *Éger Viktória* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 56 pont; **17.** *Kátai Ferdinánd* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 50 pont; **18.** *Kissebesi Máté* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 49 pont; **19–20.** *Fórizs Borbála* (Budapest, Városmajori Gimn.); *Boér Panna Rita* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 46 pont; **21.** *Sipeki Árpád* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 45 pont; **22.** *Saller Bálint* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 41 pont.

További 16 versenyző kevesebb pontot ért el.

P-jelű elméleti fizika feladatok csapatversenye

1. díj: Csacsogó Csajok Csodacsapata Csak Csávókkal!!!:
Pető Kristóf 12. o. t. (Budapest, Jedlik Ányos Gimn.),
Iliás Gergely 12. o. t. (Budapest, Jedlik Ányos Gimn.),
Bíró Gergő 12. o. t. (Budapest, Jedlik Ányos Gimn.) .... 174 pont

Első dicséretben részesül: 2. Irracionálisak: *Tajta Sára* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.), *Bohner Emese* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.), *Jávor Botond* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 142 pont; **3. fizikások**: *Ollé Sarolta* 10. o. t. (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.), *Herczeg Viktória* 10. o. t. (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 140 pont.

Második dicséretben részesül: 4. Maugli: *Pócsi Zsombor* 11. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.), *Tóth Gergely* 11. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.), *Náray Bálint* 11. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 115 pont; **5. Raufasertapete**: *Novák Péter* 12. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.), *Kéki Edit* 12. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 111 pont.

Jó eredményt ért még el: **6. mvp**: *Szalai Dorottya* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.), *Field Márton* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.), *Dávid Alíz Tünde* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 55 pont; **7–8. Fiastyúkok**: *Farkas Dorka Hanna* 11. o. t. (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.), *Öövel Arho* 11. o. t. (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.), *Polanek Lehel* 11. o. t. (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.); **Csapat**: *Vigh Zsombor* 11. o. t., *Király Anna* 11. o. t. 51 pont.

További 7 csapat kevesebb pontot ért el.

❄

Ebben a tanévben a *Vicsek Tamás díjat* megosztva **Fülöp Magdaléna** (Pécsi Leőwey Klára Gimn., 9. évf.) a **G. 824.** és a **G. 858.** gyakorlatok nagyon szép megoldásáért, valamint a **P. 5570.** és több másik feladat elegáns megoldásáért **Seprődi Barnabás Bendegúz** (Óbudai Árpád Gimn., 12. évf.) nyerte el.

A fizika mérési versenyben a *Varga István díjban* több kísérleti feladat ötletes megoldásáért és igényes kidolgozásáért a *Newtonméter* csapat: **Kis Benedek** és **Sós Ádám** (Sopron, Berzsenyi D. Ev. Gimn., 11. évf.) részesült.

A *Zawadowski Alfréd* emlékére alapított díjat megosztva **Fehérvári Donát** (Miskolc, Földes F. Gimn., 12. évf.) a **P. 5579.** feladat tömör és pontos megoldásáért, valamint a **P. 5552.** feladat egyetlen maximális pontot érő megoldásáért **Klement Tamás** (Pécsi Leőwey K. Gimn., 11. évf.) nyerte el.

Informatikából kitűzött feladatok (631–634.)

I. 631. Anna, Béla és Csilla egy geometriai játékot játszanak. A játék minden körében mindhárman gondolnak egy pozitív egész számra 1 és 100 között, majd megmondják egymásnak a gondolt számokat, és a következők szerint kapnak pontokat: ha a három számot három szakasz hosszának tekintjük, és azokból …

- összeállítható egy derékszögű vagy egyenlő szárú háromszög, akkor Anna kap **A** pontot;
- összeállítható egy nem speciális, azaz sem nem derékszögű, sem nem egyenlő szárú háromszög, akkor Béla kap **B** pontot;
- nem képezhető háromszög, akkor Csilla kap **C** pontot.

Készítsünk programot *i631* néven, amely modellezi a játékot, és 10 000 kör alapján megadja, hogy hány pontot szerzett a három játékos.

A program standard bemenetének egyetlen sorában a három játékos által egy körben szerezhető pontok száma, **A**, **B** és **C** szerepel egy-egy szóközzel elválasztva.

A standard kimenet egyetlen sorában rendre a 10 000 körből álló szimuláció során a három játékos által szerzett pontszámok szerepeljenek egy-egy szóközzel elválasztva.[1]

Példa bemenet	Kimenet
25 3 2	7375 14247 9912

Beküldendő egy tömörített **i631.zip** állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

(10 pont)

I. 632. Az első `N` pozitív egész számot sokféle módszerrel növekvő sorba lehet rendezni. Vannak egyszerű, de kevésbé hatékony és vannak hatékony, de bonyolultabb módszerek. Készítsünk programot *i632* néven, amely egy `N` $(1 \le N \le 1000)$ hosszúságú sorozatot a következő módszerrel rendez. Egy elemi lépés során a sorozat bal oldaláról egy választott szakaszt megfordítunk. A mintán szürke háttér mutatja a megfordítandó részsorozatot (*1. ábra*).

[1] Felhívjuk a versenyzők figyelmét a standard bemenet és kimenet használatára ebben és a további feladatokban: a beolvasás és kiírás során ne jelenítsenek meg semmilyen üzenetet vagy magyarázó szöveget, csak a feladat által kért értékeket. Ha a beolvasás egy sorban három egész szám, akkor a program ezt fogja kapni bemenetként, nem szabad feltennie kérést vagy figyelmeztető szöveget a beolvasáshoz. Ha a várt kimenet egy sorban három szám, akkor a programnak a három számot kell kiírnia egy sorba, semmi mást.

Példa az elemi lépésekre:					
5	3	6	4	1	2
6	3	5	4	1	2
2	1	4	5	3	6
5	4	1	2	3	6
3	2	1	4	5	6
1	2	3	4	5	6

1. ábra

Az elemi lépések megfelelő sorozatával a számsor rendezhető. Próbáljuk meg a feladatot minél kevesebb lépésben megoldani. A program standard bemenetének első sorában a sorozat `N` hossza található. A bemenet második sorában a rendezendő `N` darab egész szám áll egy-egy szóközzel elválasztva. A program a standard kimenetre írja ki minden elemi lépés után a sorozat tagjait szóközzel elválasztva (*2. ábra*).

Példa bemenet	Kimenet
4	3 1 4 2
3 1 4 2	4 1 3 2
	2 3 1 4
	3 2 1 4
	1 2 3 4

2. ábra

Beküldendő egy tömörített **i632.zip** állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

(10 pont)

I. 633. A prímek között a matematikusok sok speciális részhalmazt hoztak már létre az elemeik különleges tulajdonságai alapján a Fermat-prímektől a Mersenne-prímeken át a Sophie Germain-prímekig. Mi most négyféle speciális prímet keresünk egymillió alatt, ezek az ikerprímek, az additív prímek, a balról és a jobbról csonkolható prímek. Nézzük ezek definícióit:

Ikerprímnek *nevezzük a p, $p+2$ számpárt, ha p is és $p+2$ is prím. Például a 2999 és a 3001 ikerprímek.*

Additív prímnek *nevezzük azt a p prímszámot, amely számjegyeinek összege is prím. Például a* 845987 *additív prím, mert a számjegyeinek összege* $8+4+5+9+$ $+8+7=41$ *szintén prím.*

Balról csonkolható prímnek *nevezzük azt a p prímszámot, amelyben nincs* 0 *számjegy és a balról (az első számjegy elhagyásával) csonkolható része is balról csonkolható prím, például az* 1613 *első jegyét elhagyva* 613*-at kapunk, ez prím, és tovább csonkolva a* 13 *és a* 3 *is prím.*

Jobbról csonkolható prímnek *nevezzük azt a p prímszámot, amelyben a jobbról (az utolsó számjegy elhagyásával) csonkolható része is jobbról csonkolható prím, például az* 3137 *utolsó számjegyét elhagyva* 313*-at kapunk, ez prím, és tovább csonkolva a* 31 *és a* 3 *is prím.*

1. Egy üres táblázatkezelő munkafüzetben nevezzük át a munkalapot „**prímek**”-re.
2. Illesszük be az **A2** cellától az egymillió alatti prímek listáját a `primek.txt` fájlból.
3. Mentsük el a munkafüzetet négy példányban `iker`, `additiv`, `balcsonk` és `jobbcsonk` neveken.
4. Hozzunk létre mindegyik munkafüzetben egy-egy a nevükkel megegyező nevű munkalapot.
5. Válogassuk ki a négy munkafüzetben a négy prímcsoport 1 000 000 alatti tagjait.
6. Jelenítsük meg az **iker**, az **additiv**, a **balcsonk** és a **jobbcsonk** munkalapokon növekvő számsorrendben a találatokat: az **iker** munkalapon az **A** és **B** oszlopban a prímpár két tagját; a többinél az **A** oszlopban.
7. Beküldés előtt – a méretkorlát miatt – mind a négy munkafüzetben a munkalap nevével azonos munkalapon cseréljük le az adatokat az értékükre, majd a prímek munkalapon töröljük a számításokat nagyjából a 15. sortól lefelé, ha felette világos a számítási módszer.

Minták:

	A	B	C
1	2		
2	3		
3	5		
4	7		

	A	B	C
1	3	5	
2	5	7	
3	11	13	
4	17	19	

Segédszámításokat a **prímek** munkalapokon a **B** oszloptól jobbra lehet végezni. A megoldásban saját függvény vagy makró nem használható.

Beküldendő egy tömörített **i633.zip** állományban az `iker`, `additiv`, `balcsonk` és `jobbcsonk` táblázatkezelő munkafüzet és egy rövid dokumentáció, amelyben szerepel a kiválogatások magyarázata, a táblázatkezelő neve, verziószáma.

Letölthető fájl: `primek.txt`.

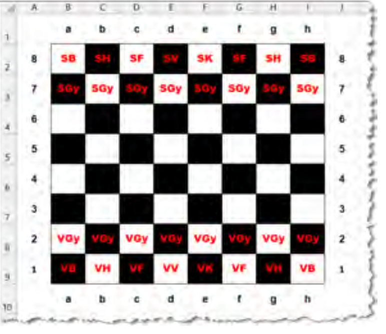
(10 pont)

I. 634. A szabályos 8×8-as sakktábla a, b, $\dots$, g, h jelzésű oszlopokból és 1, 2, $\dots$, 7, 8 jelzésű sorokból áll. A tábla bal felső mezője az $a8$, ennek színe fehér, a $b8$ mező fekete. Az éllel összeérő mezők színe ellentétes, a csúccsal összeérő mezők színe azonos. A játék kezdetén az 1. és 2. sor-ban helyezkednek el a világos, míg a 7. és 8. sorban a sötét sakkfigurák.

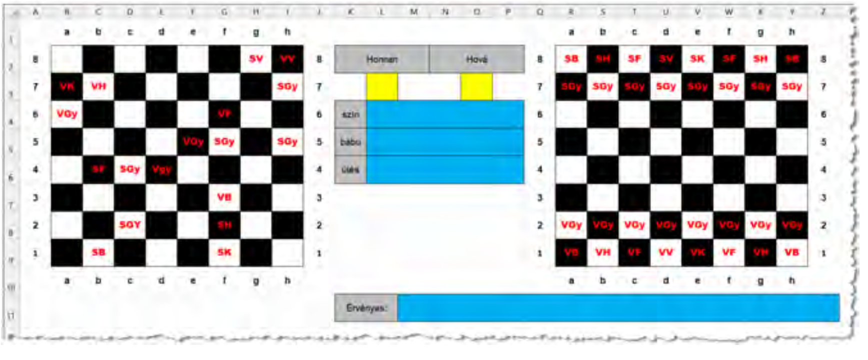
A két szélső sorba kerülnek a tisztek az alábbi sorrendben: bástya, huszár, futó, vezér, király, futó, huszár és bástya. A két vezér a színével azonos színű mezőn áll.

A 2. sort a világos gyalogok foglalják el, míg a sötét tiszteket védő gyalogok a 7. sort töltik meg.

1. Nyissunk meg egy üres táblázatkezelő munkafüzetet, majd mentsük el **sakklepes** fájlnéven.
2. Hozzuk létre a minta szerint jelzett helyen a kezdőállást mutató táblát.
   a) Gépeljük be a szövegeket;
   b) a sorok és oszlopok méretét állítsuk be úgy az egész munkalapon, hogy nagyjából négyzet alakúak legyenek a cellák, és elférjen bennük a minta szerinti tartalom;
   c) az **A1**:**J10** tartomány celláit igazítsuk vízszintesen és függőlegesen is középre;
   d) a **B2**:**I9** tartomány...
      i. celláit szegélyezzük,
      ii. celláinak betűszíne legyen piros (RGB 255;0;0),
      iii. egészén feltételes formázással érjük el a pepita mintázatot.



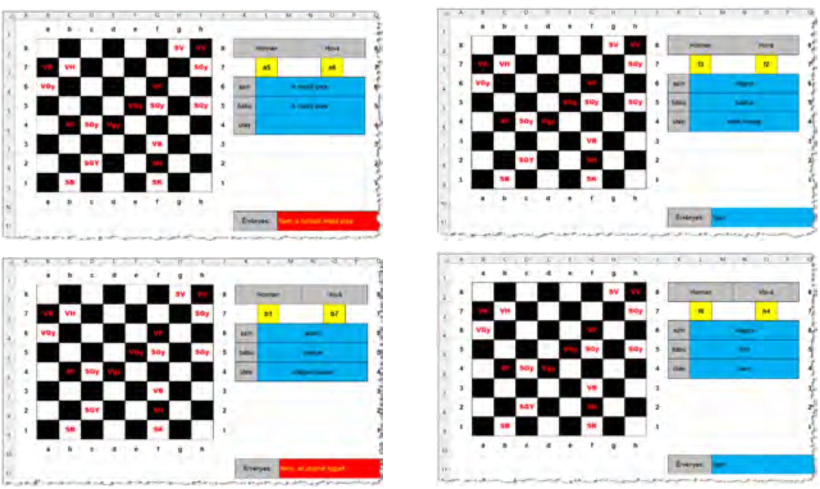
3. Másoljuk át az eddig elkészült táblázatrészt a **Q1**:**Z10** tartományra.
4. Hozzuk létre és formázzuk a minta szerint a **K2**:**P6** és a **K11**:**Z11** tartományt.
5. Az eredeti **B2**:**I9** tartományba gépeljünk be egy sakkállást.



6. A továbbiakban egy sakklépést vizsgálunk. Ha az L3 és az O3 cellákba begépelünk egy-egy különböző szabályos sakktábla mezőazonosítót, akkor jelenjenek meg a tervezett lépés adatai, különben a mintán világoskék cellák maradjanak üresen:
   a) Az **L4** cellában legyen a Honnan mezőn álló bábu színe, vagy „A mező üres” felirat.
   b) Az **L5** cellába kerüljön a Honnan mezőn álló bábu megnevezése, vagy „A mező üres” felirat.
   c) Az **L6** cellában jelenjen meg annak a bábunak a megnevezése, amelyik a Hová mezőn áll, vagy ha üres, akkor a „nem” felirat.
   d) Az **M11** cellában szerepeljen az „Igen” szöveg, ha a lépés szabályos, illetve a „Nem” szó, és ettől egy vesszővel elválasztva ennek magyarázata, ha a lépés szabálytalan. A lehetséges magyarázatokat a **magyarazat.txt** fájl tartalmazza. (Ha több kizáró ok is van, a **magyarazat.txt** sorrendje szerinti elsőt adjuk meg.) Ez utóbbi esetben a cella színe váltson pirosra (RGB 255;0;0) és betűszíne sárgára (RGB 255;255;0).

Aki nem ismeri a szabályos sakklépéseket, az interneten megtalálhatja. Mivel a királlyal lehet sáncolni, vagy sakkba lépni, ezért a királyok lépését nem vizsgáljuk.

Minták:



A megoldásban saját függvény vagy makró nem használható.

Beküldendő egy tömörített **i634.zip** állományban a **sakklepes** táblázatkezelő munkafüzet és egy rövid dokumentáció, amelyben szerepel a táblázatkezelő neve, verziószáma.

Letölthető fájl: **magyarazat.txt**

(10 pont)

❄

Beküldési határidő: 2024. október 15.
Elektronikus munkafüzet: https://www.komal.hu/munkafuzet

Beszámoló a 8. Európai Fizikai Diákolimpiáról

Idén 2024. július 15. és 19. között Kutaisziben, Georgiában rendezték meg az Európai Fizikai Diákolimpiát (EuPhO). A versenyen 37 európai és 17 Európán kívüli ország összesen 256 diákja vett részt, közülük 177 diák kapott érmet vagy dicséretet. A magyar csapat tagjai két ezüst- és egy bronzérmet, valamint két dicséretet szereztek.

A Nemzetközi Fizikai Diákolimpiát (IPhO) ebben az évben Irán rendezte, azonban a bizonytalan biztonsági helyzet miatt a magyar csapat – a verseny történetében először – ezen nem vett részt. Így a más években a „nagy” olimpia edzőversenyeként is szolgáló EuPhO ebben az évben a Kunfalvi-versenyen kiválasztott ötfős csapat legfontosabb nemzetközi versenye lett. A versenynek erre az évre – az IPhO helyett – a finanszírozását átvállalta a Belügyminisztérium, amit köszönünk.

A felkészülés a szokásos módon szeptemberben kezdődött: ebben a tanévben már az ország hat városában (Budapesten, Debrecenben, Miskolcon, Pécsett, Szegeden és Székesfehérváron) működött olimpiai szakkör. A jelenléti szakkörökön kívül továbbra is elérhető az IPhO Hungary YouTube-csatorna[2] és a szakköri honlapra felkerülő feladatsorok[3]. A válogatás február végén egy online formában megrendezett fordulóval kezdődött, amelyen bárki részt vehetett. Összesen harmincan küldtek be dolgozatot, közülük 12 diák kapott meghívást a további fordulókra. A válogatás online felkészítéssel és három villámversennyel folytatódott, majd a BME Fizikai Intézetében megrendezésre kerülő kétnapos döntővel zárult, ahol az elméleti feladatok mellett egy olimpiai stílusú mérési feladatot is meg kellett oldaniuk a versenyzőknek. A verseny szervezésében *Sarkadi Tamás*, *Szász Krisztián*, *Széchenyi Gábor*, *Tasnádi Tamás* és *Vigh Máté* vett részt. A kiválasztott csapat:

Bencz Benedek (Baár-Madas Református Gimnázium, Általános Iskola és Diákotthon, 11. oszt.), felkészítő tanára: *Horváth Norbert*;

Csóka Péter (Pécsi Janus Pannonius Gimnázium, 12. oszt.), felkészítő tanárai: *Lehőcz Mária* és *Pálfalvi László*;

Elekes Dorottya (Budapest-Fasori Evangélikus Gimnázium, 11. oszt.), felkészítő tanára: *Izsa Éva*;

Seprődi Barnabás Bendegúz (Óbudai Árpád Gimnázium, 12. oszt.), felkészítő tanára: *Gärtner István*;

Tóth Kolos Barnabás (Eötvös József Gimnázium, 10. oszt.), felkészítő tanára: *Varga Balázs*.

A csapatnak júniusban a BME Fizikai Intézetében háromnapos mérési felkészítést tartottunk, ahol korábbi válogatóversenyek mérési feladatainak elvégzésére és megbeszélésére volt lehetőség. A válogatóverseny és a felkészítés szállás- és ét-

[2] https://www.youtube.com/c/IPhOHungary

[3] https://ipho.physics.bme.hu/

kezési költségeire a MATFUND Alapítvány biztosított támogatást, amit szintén köszönünk.

A csapat 2024. július 13-án éjszaka repülővel utazott Kutaiszibe, ahol a verseny előtt még volt egy szabad nap az akklimatizációra. Az olimpia megnyitója 15-én délután volt, a mérési és elméleti fordulókat pedig 16-án és 17-én rendezték meg. A versenyen kívül a diákoknak és a tanároknak is kisebb kirándulásokat szerveztek. A moderációra (a megoldásokért járó végleges pontszám megvitatása, amely ezen a versenyen az IPhO-val szemben a diákok feladata) 18-án volt lehetőség, és ezen a napon volt a búcsúvacsora is. Az eredményhirdetésre másnap, 19-én délben került sor, ezzel zárult a hivatalos program. Azonban Budapest és Kutaiszi között csak hetente kétszer van repülőjárat, így a verseny után is volt még egy szabad nap a városban, a csapat 21-én hajnalban ért Budapestre.

A versenyen maximálisan 50 pontot lehetett szerezni. A legjobb eredményt *Rares-Felix Tudose* (Románia) érte el (43,0 pont). A versenyen 28 aranyérmet (29,6 ponttól), 48 ezüstérmet (22,1 ponttól), 61 bronzérmet (16,7 ponttól) és 40 dicséretet (12,3 ponttól) osztottak ki. A *legjobb elmélet*ért és a *legjobb mérés*ért járó különdíjat is román diák kapta. A magyar csapat tagjainak eredményei:

Bencz Benedek 23,8 pont, *ezüstérem*;

Elekes Dorottya 23,7 pont, *ezüstérem*;

Seprődi Barnabás Bendegúz 19,5 pont, *bronzérem*;

Csóka Péter 14,9 pont, *dicséret*;

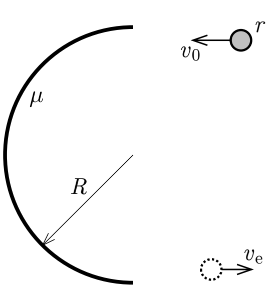
Tóth Kolos Barnabás 13,1 pont, *dicséret*.

A csapat vezetői Szász Krisztián és *Vankó Péter* voltak, Vigh Máté pedig a zsűriben képviselte hazánkat.

Az alábbiakban közöljük a verseny feladatait (a mérési feladatot rövidítve: az eszközökre vonatkozó útmutatásokat kihagyva), a megoldások (és a mérés teljes szövege) a verseny honlapján érhetők el: `https://eupho.ee/eupho-2024/`.

Elméleti feladatok

T1 – Csúszó korong (10 pont)



1. ábra

Egy kicsi, r sugarú, egyenletes sűrűségű korong v_0 sebességgel, forgás nélkül mozog a vízszintes síkon. A korong elér egy rögzített, $R \gg r$ sugarú, félkör alakú falat, és elkezd amentén mozogni. A korong és a fal között a súrlódási együttható μ, a korong és a vízszintes felület között a súrlódás elhanyagolható.

a) Határozd meg a korong v_e sebességét, amikor elhagyja a falat! (8 pont)

b) Vázold fel a $v_e(\mu)$ grafikont! Jelöld a grafikon fontos jellemzőit. A grafikon felrajzolását akkor is javasoljuk, ha nem találtad meg v_e egzakt képletét. (2 pont)

T2 – **Űrhajók** (10 pont)

Alice és Bob ikrek, és egy hosszú űrutazáson vannak. Sok-sok év után végre közelednek egymáshoz, hogy újra találkozzanak. Alice űrhajója $u = \frac{3}{5}c$ sebességgel mozog Bob űrhajója felé, ahol c a fénysebesség.

Miközben közelednek, Alice és Bob is ajándékokat küld a másiknak. Alice szabályos, a saját vonatkoztatási rendszerében Δt_0 időközönként küld ajándékot Bobnak, és az ajándékok $v = \frac{4}{5}c$ sebességgel haladnak (Alice vonatkoztatási rendszerében). Hasonlóan, Bob is ugyanekkora, szabályos, a saját vonatkoztatási rendszerében Δt_0 időközönként küld ajándékot Alice-nek, amelyek $v = \frac{4}{5}c$ sebességgel haladnak Bob vonatkoztatási rendszerében. Tegyük fel, hogy az Alice és Bob közötti L távolság elég nagy ahhoz, hogy egy adott pillanatban sok ajándék mozogjon.

a) Határozd meg Bob vonatkoztatási rendszerében

i) az Alice által egymás után küldött ajándékok távolságát

ii) és azt a Δt_1 időintervallumot, amellyel Alice egymás utáni ajándékai megérkeznek Bob űrhajójához! (5 pont)

b) Egy adott pillanatban Alice bizonyos számú tőle távolodó és bizonyos számú hozzá közeledő ajándékot lát. Mennyi ennek a két számnak az aránya? (5 pont)

T3 – **Fabry–Pérot-interferométer** (10 pont)

A Fabry–Pérot-interferométer két, azonos, párhuzamos, egymástól L távolságra lévő síktükörből áll. A tükrök közötti és az azokon kívüli térrészben levegő van. A tükrök részben fényvisszaverőek; ha a fényt az egyik tükör felé irányítjuk merőlegesen, a visszavert fénysugár intenzitása $R < 1$-szerese a beesőnek. Tegyük fel, hogy a tükrök szimmetrikusak, azaz mindkét oldalról beeső fénnyel azonos módon lépnek kölcsönhatásba, valamint veszteségmentesek. Tegyük fel továbbá, hogy a tükrök erősen visszaverik a fényt, azaz $1 - R \ll 1$. Egy P teljesítményű, monokromatikus lézersugarat irányítunk az interferométer felé a tükrökre merőlegesen. Az L távolságot úgy választjuk meg, hogy a visszatükröződő fénysugár eltűnjön, tehát az összes optikai teljesítmény átmenjen az interferométeren.

a) Mutasd meg, hogy a lézernyalábnak nullától különböző ϕ fáziseltolódást kell szenvednie, ha a tükrök bármelyikén áthalad! (3 pont)

b) Mekkora ϕ értéke? (2 pont)

c) Egy adott pillanatban a bejövő lézernyalábot hirtelen kikapcsoljuk. Határozd meg a lézer kikapcsolása után az interferométerből a lézer felé visszaáramló fény teljes energiáját! (4 pont)

d) Becsüld meg a lézer felé visszahaladó fényimpulzus időtartamát! (1 pont)

Kísérleti feladatok

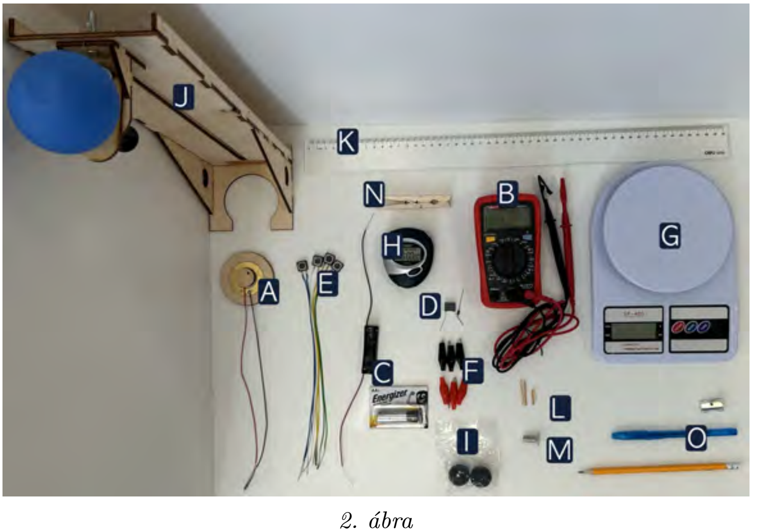
A piezoelektromosság fizikája (20 pont)

Néhány kristályos, elektromosan szigetelő anyag, mint például a kvarc vagy az ólom-cirkonát-titanát, mechanikai nyomás hatására elektromos választ ad. Röviden, a mechanikai feszültség polarizálja a kristályokat, amit piezoelektromos effektusnak nevezünk. Ez a jelenség a molekulák különleges szerkezetével magyarázható: a deformáció minden molekulának elektromos dipólusmomentumot ad. Ugyanakkor elektromos tér hatására viszont mechanikai feszültség keletkezik. Ezt a jelenséget fordított piezoelektromos effektusnak nevezzük – ebben a feladatban azonban ezt a jelenséget elhanyagoljuk.

Ez a feladat egy egyszerű, piezoelektromosságra épülő eszközt, a *piezoegységet* vizsgálja. Ez két kör alakú fémlemez közé helyezett piezoelektromos anyagból áll. Ha a fémlemezekre merőleges irányú erőt fejtünk ki a piezoegységre, akkor a lemezek között erőfüggő elektromos feszültség keletkezik.

Eszközök (lásd a *2. ábrát*)

A Piezoegység elektromos kivezetésekkel, fa alaplapra szerelve és egy lyukas lemezzel lefedve. A lyuk a teljes fedőlapon áthalad, így a piezoeegység felső elektródájának kis része látható rajta keresztül. Ez az elektróda vékony és rugalmas.
B Multiméter (a belső ellenállása meg van adva).
C 1,5 V-os AA ceruzaelem kivezetéssel.
D Ismeretlen kapacitású kondenzátor, amelynek egyik lábára egy dióda van forrasztva (ha nyitóáram folyik a diódán, akkor 0,56 V feszültség esik rajta).
E 4 elektromos nyomógombos kapcsoló (benyomva van bekapcsolva) vezetékekkel.
F 6 krokodilcsipesz.
G Digitális mérleg (10 kg-ig).
H Digitális stopper.
I 2 különböző gumigolyó.
J Faállvány állítható indítószerkezettel.
K 50 cm-es vonalzó.
L Kis fapálcikák (2 mm átmérőjűek), két különböző hosszban.
M Nagy fémcsavar.
N Fa ruhacsipesz.
O Ceruza, toll, ceruzahegyező.



2. ábra

E.1 – A golyó rugalmassága (2 pont)

A két gumigolyó közül az egyik rugalmasabb, mint a másik.

Határozd meg, hogy a rugalmasabb gumigolyó esetében a mozgási energia mekkora hányada vész el egy szilárd felülettel való ütközés során! Határozd meg ezt a hányadot a kezdeti mozgási energia három különböző értékére!

E.2 – Piezoelektromos tulajdonságok (10 pont)

a) Mérd meg a kondenzátor C kapacitását! (2 pont)

b) A piezoegység fémlemezei szintén kondenzátorként viselkednek. Határozd meg a piezoegység C_p kapacitását! (2,5 pont)

c) Mérd meg és ábrázold, hogy hogyan függ a piezoegység lemezei közt keletkező elektromos feszültség a teljes merőleges erőtől, amely a piezo felületén a fa fedőlapon keresztül egyenletesen oszlik el! Kis erők esetében a függés lineáris, határozd meg ebben a tartományban a β meredekséget! (4 pont)

d) A kristály molekuláinak polarizációja nem lehet nagyobb egy kritikus értéknél. Határozd meg a piezoegység maximális (telítődési) feszültségét, a p_sat nyomást a telítődéskor, és a σ_max maximális felületi töltéssűrűséget a piezoegység felületén! (1,5 pont)

E.3 – Kis terület viselkedése (1 pont)

Ha a piezoegység egy kis részére hat csak erő, akkor az elektromechanikus csatolás miatt a kristály meg akarna görbülni. A falemezek azonban ezt megakadályozzák, és így a kristály többi részében is mechanikai feszültség keletkezik.

Mennyivel változik meg a keletkező feszültség, ha az erő a kristály egy kis részére hat? Csak a lineáris tartományt vizsgáld.

E.4 – A golyó deformációja (4,5 pont)

Ebben a részben a rugalmasabb gumigolyót fogod a piezoegységre ejteni. A golyó és a piezoegység ütközésekor a golyó deformálódik. Tegyük fel, hogy a golyóra ható F erő a golyó x rugalmas alakváltozásától hatványfüggvény szerint függ:

(1) $$F = kx^{\alpha}.$$

Határozd meg az α kitevőt és a k anyagi állandót!

E.5 – Kölcsönhatási idő (2,5 pont)

Az előző feladat eredménye alapján meg lehetne határozni a τ (ütközési) kölcsönhatási időt a rugalmasabb golyó és a fafelület között. Azonban a kevésbé rugalmas golyó esetében nincs olyan egyszerű összefüggés, mint az (1)-es egyenlet. Ehelyett a következőt tételezhetjük fel. Ha egy bizonyos v_0 ütközési sebességnél a golyóra ható erő $F_0(t) = f(t)$ alakban írható, akkor bármely más v_1 sebesség esetében az időfüggés hasonló alakú lesz, és így írható fel:

$$F_1(t) = a_1 f(b_1 t).$$

Határozd meg és ábrázold, hogyan skálázódik a τ kölcsönhatási idő a v ütközési sebességtől a kevésbé rugalmas golyó és a fafelület esetében!

⋆

2025-ben a Nemzetközi Fizikai Diákolimpia (IPhO) Franciaországban, az Európai Fizikai Diákolimpia (EuPhO) pedig Bulgáriában lesz. A versenyekre a felkészülés a szokásos módon 2024 szeptemberében elkezdődik. A szakkörök helyéről, a szakkörvezetők elérhetőségéről és a foglalkozások időpontjáról a fizika diákolimpiai szakkörök hivatalos honlapján lehet tájékozódni:

`https://ipho.physics.bme.hu/`.

A szakkörökön kívül önálló munkával, a KöMaL elméleti és mérési feladatainak rendszeres megoldásával lehet készülni a jövő évi versenyekre.

Eredményes felkészülést kívánunk!

Szász Krisztián, Vankó Péter

Mérési feladatok megoldása

M. 429. *Egy másfél literes, hengeres üvegpalack kupakját lyukasszuk ki. Töltsük meg a palackot kb. félig vízzel, majd csavarjuk vissza rá a kupakot. Fordítsuk a nyakával lefelé, és mérjük meg, hogy mennyi víz folyik ki belőle. Mérjük meg azt is, hogy a kicsurgás leállásakor mekkora a víz magassága a palackban. A mérési eredmények felhasználásával határozzuk meg, hogy mekkora volt a légnyomás a mérés elvégzésekor.*

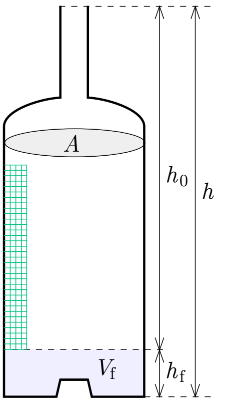
(6 pont) Közli: *Simon Péter*, Pécs

Megoldás. A méréshez választottam egy másfél literes borosüveget, amelynek vékony, könnyen kilyukasztható a kupakja. Tapasztalatom szerint a mérés szempontjából nem volt jelentősége a kis lyuk méretének, ezért olyat választottam, hogy a víz akadálytalanul ki tudjon folyni. Az üveg oldalát a szájától mérve beskáláztam, a pontosság érdekében vízmértékkel és egy nagyobb vonalzóval. Ennek alapján mindkét oldalra egy milliméterpapírból kivágott csíkot ragasztottam. A mérést 21 °C-os csapvízzel végeztem, összesen három alkalommal.

A víz ϱ sűrűségét egy század gramm pontosságú analitikai mérleggel és hitelesített mérőedénnyel mértem. Az eredmények:

$$\begin{aligned}
m_{\text{edény}} &= 185{,}0\ \text{g},\\
m_{\text{edény + víz}} &= 683{,}1\ \text{g},\\
m_{\text{víz}} &= m_{\text{edény + víz}} - m_{\text{edény}} = 498{,}1\ \text{g},\\
V_{\text{víz}} &= 500\ \text{cm}^3,\\
\varrho &= \frac{m_{\text{víz}}}{V_{\text{víz}}} = 0{,}996\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.
\end{aligned}$$

Az üveg alján lévő bemélyedés szabálytalan alakú, az *1. ábrán* látható. Az üveget megfordítva a V_f térfogatot megmértem. A bejelölt mennyiségek mért értékei: $V_\mathrm{f}=124\ \mathrm{cm}^3$, $h=35{,}2$ cm, $h_\mathrm{f}=2{,}2$ cm és $h_0=h-h_\mathrm{f}=33{,}0$ cm. Az üveg keresztmetszetének állandóságának igazolásához az üvegbe különböző kezdőmagasságoktól indulva annyi vizet töltöttem, hogy a vízszint minden esetben 7 cm-rel emelkedjen. Az ehhez szükséges víztérfogatokat, valamint az ebből számolt keresztmetszeteket az *1. táblázat* tartalmazza.



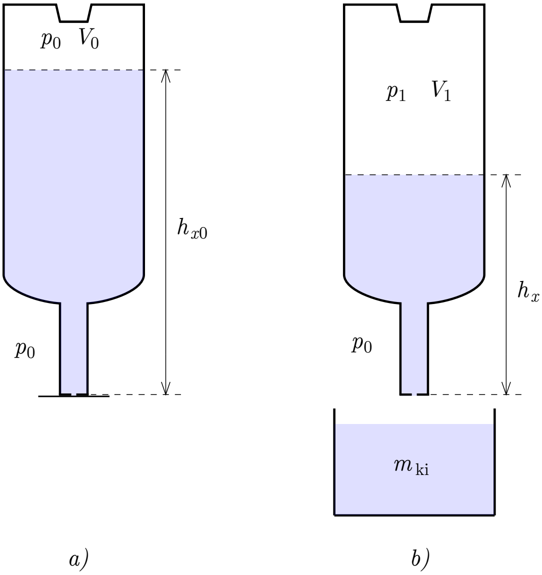
1. ábra

$V_{7\ \mathrm{cm}}(\mathrm{cm}^3)$	449,0	448,0	449,5	450,0	448,0	448,5	449,0
$A_{7\ \mathrm{cm}}(\mathrm{cm}^2)$	64,1	64,0	64,2	64,3	64,0	64,1	64,1

1. táblázat

A mért adatokból $A=(64{,}1\pm 0{,}2)\ \mathrm{cm}^2$.

A mérés fizikája. A *2. ábrán* látható a palack a kiengedés előtt (*a)* rész) és után (*b)* rész).



2. ábra

Feltételezve, hogy a hőmérséklet állandó, a Boyle–Mariotte-törvény, valamint a hidrosztatikai nyomás összefüggése alapján:

$$p_0V_0=p_1V_1=(p_0-\varrho g h_x)V_1, \tag{1}$$

ahol $V_0=V_\mathrm{f}+A(h_0-h_{x0})$ és $V_1=V_\mathrm{f}+A(h_0-h_x)$. A két térfogat különbsége a kifolyt víz V_ki térfogata, amelyet a nagyobb pontosság érdekében annak m_ki

tömegéből és a korábban meghatározott ϱ sűrűségből fogunk számítani:

$$V_1 - V_0 = V_{\mathrm{ki}} = \frac{m_{\mathrm{ki}}}{\varrho}.$$

Az (1) egyenletet átrendezve és a térfogatok kifejezéseit behelyettesítve:

$$\begin{aligned} p_0(V_1 - V_0) &= \varrho g h_x V_1, \\ p_0 \frac{m_{\mathrm{ki}}}{\varrho} &= \varrho g h_x (V_{\mathrm{f}} + A(h_0 - h_x)), \end{aligned}$$

amiből

$$\frac{m_{\mathrm{ki}}}{\varrho} = x \qquad \text{és} \qquad \varrho g h_x (V_{\mathrm{f}} + A(h_0 - h_x)) = y$$

jelölésekkel egy $y = p_0 x$ alakú összefüggést kapunk. Az egyes mérési sorozatokban h_x és m_{ki} értékeit mérjük, ezekből a korábban megmért állandók ismeretében kiszámoljuk x és y értékeit, majd ábrázoljuk az $y(x)$ függvényt. A mérési pontokra illesztett, origón átmenő egyenes meredeksége megadja a keresett p_0 légnyomást.

Mérési adatok és kiértékelés. Az 1. mérési sorozat (*2. táblázat* és *3. ábra*) 2024. március 8-án az iskolában, a 2. mérési sorozat (*3. táblázat* és *4. ábra*) március 13-án, szintén az iskolában, a 3. mérési sorozat (*4. táblázat* és *5. ábra*) pedig március 16-án otthon készült.

h_x(m)	0,197	0,207	0,217	0,227	0,237	0,248	0,258	0,268
$m_{\mathrm{ki}}(10^{-3}$ kg)	18,5	18,0	17,6	17,0	16,2	15,5	14,5	13,1
$x(10^{-5}$ m^3)	1,86	1,81	1,77	1,71	1,63	1,56	1,46	1,32
y(Pa $\cdot$ m^3)	1,88	1,85	1,80	1,74	1,67	1,57	1,48	1,37

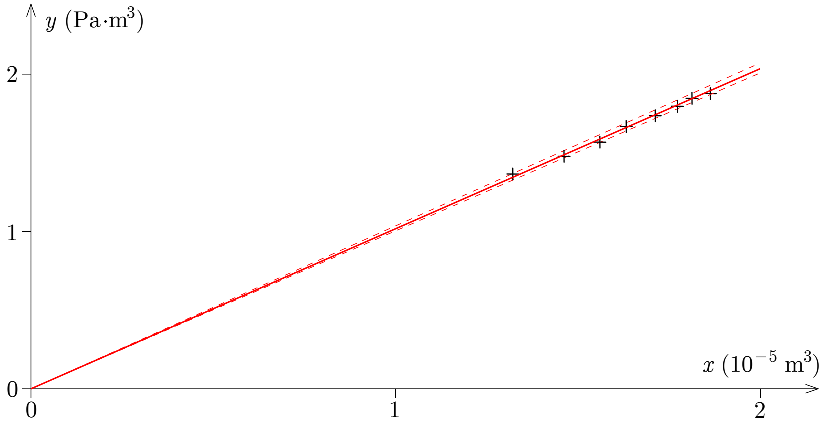
2. táblázat

h_x(m)	0,193	0,211	0,219	0,229	0,240	0,247	0,253	0,258
$m_{\mathrm{ki}}(10^{-3}$ kg)	18,5	17,9	17,5	16,9	16,1	15,4	14,9	14,4
$x(10^{-5}$ m^3)	1,86	1,80	1,76	1,70	1,62	1,55	1,50	1,45
y(Pa $\cdot$ m^3)	1,89	1,83	1,79	1,73	1,64	1,58	1,53	1,48

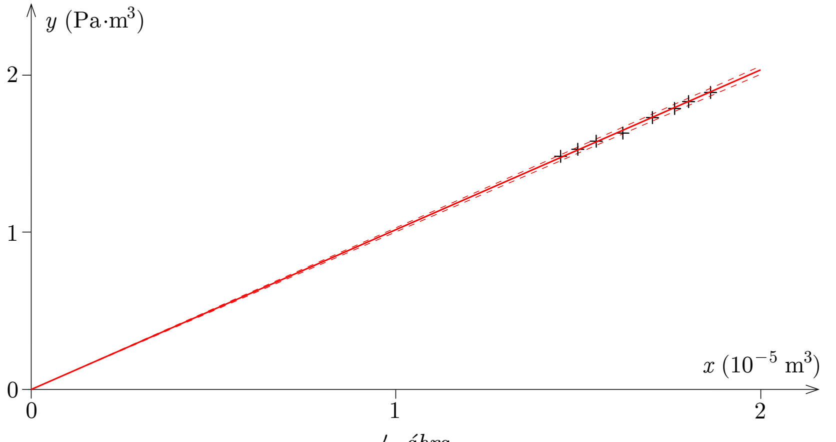
3. táblázat

h_x(m)	0,200	0,206	0,219	0,227	0,235	0,239	0,250	0,260
$m_{\mathrm{ki}}(10^{-3}$ kg)	18,3	18,1	17,5	17,0	16,4	16,1	15,3	14,1
$x(10^{-5}$ m^3)	1,84	1,82	1,76	1,71	1,65	1,62	1,54	1,43
y(Pa $\cdot$ m^3)	1,87	1,85	1,79	1,74	1,68	1,65	1,56	1,46

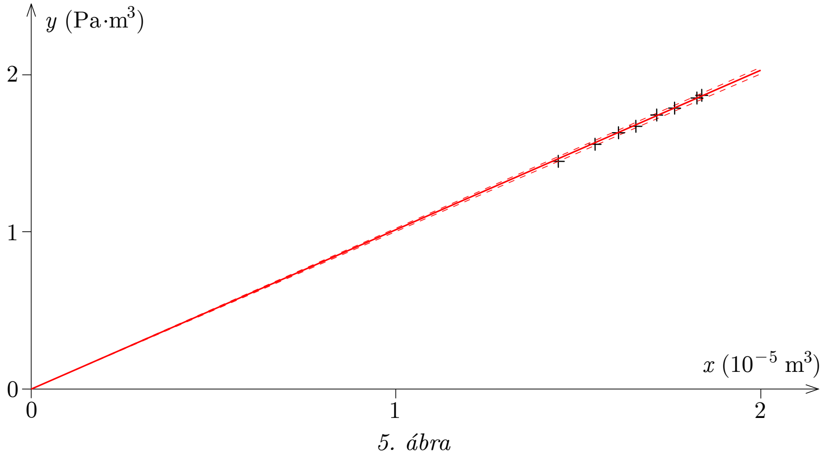
4. táblázat



3. ábra



4. ábra



5. ábra

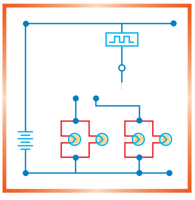
Az illesztésekből kapott légnyomásértékek és azok hibája (a grafikonokon berajzolt szaggatott vonalak meredeksége alapján):

$$p_{0,1} = (101{,}9 \pm 2{,}5)\ \mathrm{kPa},$$
$$p_{0,2} = (101{,}7 \pm 1{,}1)\ \mathrm{kPa},$$
$$p_{0,3} = (101{,}7 \pm 0{,}6)\ \mathrm{kPa}.$$

Érdekes módon a három mért érték a különböző időpontok és helyszínek ellenére szinte teljesen megegyezik – bár a hibákat figyelembe véve már jobban különbözhetnek.

Csapó András (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 9. évf.)

15 dolgozat érkezett. Helyes 7 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 2, hiányos (1–3 pont) 6 dolgozat.



Fizika gyakorlatok megoldása

G. 844. *Egy gőzfürdőben lényegében* 42 °C*-os felhőben üldögélnek az emberek. Ezzel szemben egy* 95 °C*-os finn szaunában a levegő relatív páratartalma mindössze* 12%*. Hol magasabb a levegő abszolút páratartalma?*
(4 pont)

Megoldás. A „lényegében 42 °C-os felhő” arra utal, hogy a gőzfürdőben lévő levegő telített, vagyis az adott hőmérsékleten a lehető legtöbb vizet tartalmazza, a relatív páratartalma 100%. A 42 °C-os levegőben telítettség esetén körülbelül 56,9 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}$ az abszolút páratartalom.

Ha a levegő 95 °C-os, és telített, akkor 504,5 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}$ az abszolút páratartalma. Így a 95 °C-os, 12% relatív páratartalmú levegő abszolút páratartalma:

$$0{,}12 \cdot 504{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3} = 60{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}.$$

Tehát a levegő abszolút páratartalma a finn szaunában egy kicsivel magasabb.

Megjegyzés. A harmatponton lévő levegő abszolút páratartalma megegyezik az ugyanolyan hőmérsékletű vízgőz sűrűségével, amely megtalálható a Négyjegyű függvénytáblázatokban. A 95 °C-hoz tartozó érték meg van adva. A 42 °C-os értéket interpolációval lehet kiszámítani a 40 °C-hoz és a 45 °C-hoz tartozó adatból:

$$51{,}1\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3} + \frac{2}{5} \cdot \left(65{,}6\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3} - 51{,}1\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}\right) = 56{,}9\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}.$$

A `https://www.netfizika.hu/tudas/node/9973` oldalon található grafikonon látható, hogy az 5 °C-os változás során az érték valóban közel egyenletesen változik, így a becslés elegendően pontos. (Ráadásul a függvény egy alulról konvex görbe, így a lineáris közelítéssel egy kicsit inkább felülbecsültük a gőzfürdő abszolút páratartalmát, így az biztos nem érheti el a finn szauna abszolút páratartalmát.)

Varga Vivien (Szegedi Radnóti M. Kísérleti Gimn., 9. évf.)

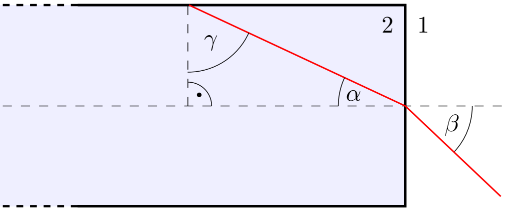
47 dolgozat érkezett. Helyes 20 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 8, hiányos (1–2 pont) 11, hibás 6, nem versenyszerű 2 dolgozat.

G. 848. *Hosszú, átlátszó anyagból készült, egyenes henger alaplapjának középpontjában vékony fénysugár lép be a hengerbe a környező levegőből. Milyen törésmutató esetében teljesül, hogy a fénysugár nem léphet ki a henger palástján át a levegőbe?*

(4 pont)

Megoldás. Teljes visszaverődés akkor lesz a henger falán, ha az *ábrán* látható γ szögre teljesül:

$$\sin\gamma \geqslant n_{1,2} = \frac{1}{n_{2,1}},$$



ahol $n_{2,1}$ az üveg levegőre vonatkoztatott törésmutatója.

Mivel $\gamma = 90° - \alpha$, ebből következik:

$$\cos\alpha = \sin(90° - \alpha) \geqslant \frac{1}{n_{2,1}}.$$

Másrészt az alaplapon történő fénytörésre:

$$\sin\alpha = \frac{\sin\beta}{n_{2,1}}.$$

A két kifejezést négyzetre emelve és összeadva:

$$1 = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha \geqslant \frac{1}{n_{2,1}^2} + \frac{\sin^2\beta}{n_{2,1}^2} = \frac{1+\sin^2\beta}{n_{2,1}^2}.$$

Tehát az

$$n_{2,1} \geqslant \sqrt{1+\sin^2\beta}$$

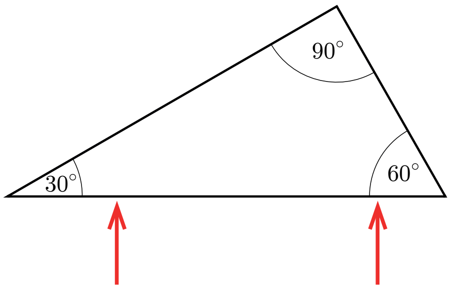
egyenlőtlenségnek teljesülnie kell bármely β szögre. Mivel $\sin\beta$ maximális értéke 1, a fénysugár akkor nem lép ki a henger falán, ha az üveg levegőre vonatkozó törésmutatója

$$n_{2,1} \geqslant \sqrt{2} \approx 1{,}41.$$

Csonka Áron (Budapest, Piarista Gimn., 9. évf.)

Megjegyzés. A legtöbb üveg törésmutatója 1,5 és 1,6 közé esik, 1,41-nál kisebb törésmutatójú üveg nincsen. Így ez a feltétel bármely üvegre teljesül.

31 dolgozat érkezett. Helyes 5 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 6, hiányos (1–2 pont) 6, hibás 11, nem versenyszerű 3 dolgozat.

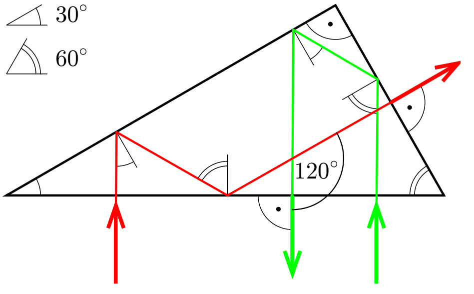


G. 851. *A cirkónium-dioxid törésmutatója 2,1. Ebből az anyagból egy 30°–60°–90°-os prizmát készítünk, amelyre az ábrán látható módon két vékony fénysugarat bocsátunk. Mekkora szöget zár be egymással a prizmából kilépő két fénysugár?*

(4 pont)

Megoldás. A cirkónium-dioxid törésmutatója $n = 2{,}1$, így a teljes visszaverődés határszöge:

$$\alpha_{\mathrm{h}} = \arcsin\frac{1}{n} \approx 28{,}4°.$$



Az egyik (az *ábrán* piros színnel jelölt) fénysugár merőlegesen (törés nélkül) belép a prizmába, majd a prizma falát belülről többször elérve

1. a beesési szög $30° > \alpha_{\mathrm{h}}$, így teljes visszaverődés történik;
2. a beesési szög $60° > \alpha_{\mathrm{h}}$, így teljes visszaverődés történik;
3. merőlegesen éri el a felületet (a beesési szög $0° < \alpha_{\mathrm{h}}$), így a fénysugár törés nélkül kilép a prizmából.

A másik (az *ábrán* zöld színnel jelölt) fénysugár szintén merőlegesen (törés nélkül) lép be a prizmába, majd a prizma falát belülről többször elérve

1. a beesési szög $60° > \alpha_{\mathrm{h}}$, így teljes visszaverődés történik;
2. a beesési szög $30° > \alpha_{\mathrm{h}}$, így teljes visszaverődés történik;
3. merőlegesen éri el a felületet, és törés nélkül kilép a prizmából.

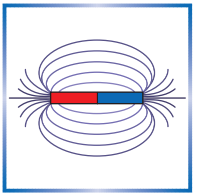
Az *ábráról* leolvasható, hogy a két kilépő fénysugár iránya egymással 120°-os szöget zár be.

Csáki Anikó (Kecskeméti Katona J. Gimn., 9. évf.)

Megjegyzés. A merőleges be- és kilépéskor a fény egy kis része visszaverődik (részleges visszaverődés). A kilépésnél visszaverődő fénysugarak bejárják a fényutat visszafelé, és így az eredeti belépő fénysugarak helyén, azokkal ellentétes irányba lépnek ki. Ezek a fénysugarak így egymással párhuzamosak lesznek. Ezek intenzitása azonban jóval kisebb.

41 dolgozat érkezett. Helyes 16 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 12, hiányos (1–2 pont) 10, hibás 3 dolgozat.

Fizika feladatok megoldása



P. 5531. *Egy Newton-féle csillagászati távcső nyitott tubusába véletlenül berepült egy világító szentjánosbogár. Amikor a tükörtől* 150 cm *távol, az optikai tengelyen lévő P ponton keresztül az optikai tengely mentén mozgott, a képének pillanatnyi sebessége kétszer akkora volt, mint amikor a P ponton keresztül az előzővel megegyező sebességgel, de az optikai tengelyre merőlegesen repült. Mekkora a távcső tükrének fókusztávolsága?*

(5 pont) *Közli:* Gnädig Péter*, Vácduka*

Megoldás. A leképzési törvény alapján:

$$\frac{1}{t}+\frac{1}{k}=\frac{1}{f},$$

ahol t a P pontban lévő bogár és a tükör távolsága, k a bogár képének távolsága a tükörtől és f a keresett fókusztávolság. Ezt átrendezve:

$$k=\frac{tf}{t-f}.$$

Az első esetben a bogár az optikai tengellyel párhuzamosan repül v sebességgel. Ekkor a tárgytávolság $\Delta\tau$ idő alatt $\Delta t=v\Delta\tau$-val változik meg. A képtávolság megváltozása ezalatt:

$$\Delta k=\frac{(t+\Delta t)f}{t+\Delta t-f}-\frac{tf}{t-f}=-\frac{f^2\Delta t}{(t-f)(t+\Delta t-f)}\approx-\frac{f^2}{(t-f)^2}v\Delta\tau,$$

amiből a bogár képének sebessége:

$$u_{\parallel}=\frac{\Delta k}{\Delta\tau}=-\frac{f^2}{(t-f)^2}v.$$

A második esetben a bogár az optikai tengelyre merőlegesen mozog, ugyanakkora v sebességgel. Ekkor a tárgy- és képtávolság nem változik, viszont a bogár tengelytől való távolsága igen. A „tárgy mérete” legyen a bogár $T=v\Delta\tau$ elmozdulása, ekkor a „kép mérete” a bogár képének elmozdulása lesz:

$$K=\frac{k}{t}T=\frac{f}{t-f}v\Delta\tau,$$

és így a bogár képének sebessége ebben az esetben:

$$u_{\perp}=\frac{K}{\Delta\tau}=\frac{f}{t-f}v.$$

A két sebesség nagyságának aránya a feladat szerint:

$$\frac{|u_\parallel|}{|u_\perp|} = 2,$$

ebbe $u_\parallel$ és $u_\perp$ kifejezését behelyettesítve az

$$\frac{f}{t-f} = \pm 2$$

egyenletet kapjuk. Ennek megoldásai:

$$f_1 = \frac{2}{3}t = 100\ \text{cm} \quad \text{és} \quad f_2 = 2t = 300\ \text{cm}.$$

A csillagászati távcső tubusának hossza körülbelül megegyezik a fókusztávolsággal (legfeljebb kicsit nagyobb annál), így az első megoldás szerint a bogár – a feladat szövegének ellentmondva – nem a tubus belsejében lenne. A másik megoldás esetében ez teljesül, így a távcső fókusztávolsága $f = 300$ cm.

Csapó András (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 9. évf.) és
Debreceni Dániel (Szolnok, Verseghy Ferenc Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján

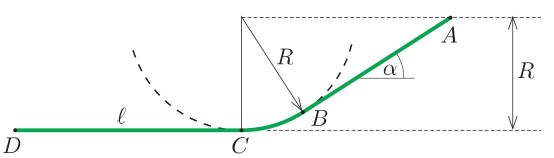
Megjegyzések. 1. A megoldás alapját adó dolgozatokban a két esetet, amikor $t > f$, illetve $t < f$, a megoldók külön vizsgálták. A két eset csak egy előjelben (a nagyítás előjelében) különbözik, így a kettőt összevonva írtuk le.

2. Az utolsó bekezdésben szereplő diszkussziót egyik megoldó se írta le. Aki a két fókusztávolságot megkapta, teljes pontszámot kapott.

3. Azokat a megoldásokat, amelyek csak a $t > f$ esetet vizsgálják (de azt helyesen megoldották) *kicsit hiányosnak* tekintettük.

13 dolgozat érkezett. Helyes *Csapó András* és *Debreceni Dániel* megoldása. Kicsit hiányos (3–4 pont) 4, hiányos (1–2 pont) 5, hibás 2 dolgozat.

P. 5537. *Egy kalandparkban az erre vállalkozók egy $R = 20$ m magas, $\alpha = 30°$-os hajlásszögű lejtő tetejéről (A), kezdősebesség nélkül, szabadon (fékezésmentesen) gurulhatnak lefelé egy kicsiny kocsiban. A lejtő törésmentesen csatlakozik egy R sugarú, körív alakú pályaszakaszhoz (B), majd a pálya a legmélyebb pontjától (C) vízszintesen folytatódik tovább. A vízszintes szakaszon a megfelelő módon fékezett kocsi időben egyenletesen lassul, és $\ell = 2R$ út megtétele után a D pontnál megáll.*



Számítsuk ki, hogy az utasok a szokásos súlyuknak hányszorosát érzik a mozgásuk során! Ábrázoljuk ezt az arányt a megtett út függvényében!

(5 pont) *Holics László* feladata nyomán

Megoldás. A súly érzete az embert érő nyomóerőből származik, amelynek eloszlása a testen nem egyenletes, mint a nehézségi erőé, ebből származik az összenyomó érzés. Nyugalmi helyzetben ez az erő az mg nehézségi erővel tart egyensúlyt, ez az ember „szokásos súlya”. Gyorsuló test esetében ennek az erőnek és a nehézségi erőnek az eredője gyorsítja a testet, a pálya egyes szakaszain ez alapján határozzuk meg az emberre ható nyomóerőt.

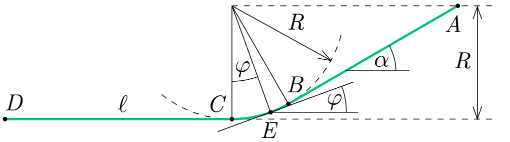
I. A lejtőn fékezés nélkül leguruló kocsiban a nyomóerő a nehézségi erő lejtőre merőleges komponensével tart egyensúlyt:

$$F_{\mathrm{n1}} = mg\cos\alpha \qquad \to \qquad \frac{F_{\mathrm{n1}}}{mg} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}87.$$

Ennek az útszakasznak a hossza

$$s_1 = R\,\mathrm{ctg}\,\alpha = \sqrt{3}R \approx 34{,}6 \text{ m}.$$

II. A köríven való mozgás közben a nyomóerőnek egyrészt a nehézségi erőnek a körív adott pontbeli érintőjére merőleges komponensével kell egyensúlyt tartania, másrészt biztosítania kell a test – pillanatnyi sebességtől függő – centripetális gyorsulását. (Mindkét erő a pályára merőleges – súrlódás hiányában a pálya csak ilyen irányú erőt tud kifejteni a kocsira.) Az *1. ábrán* E-vel jelöltük a körív egy tetszőleges pontját, az ebbe a pontba mutató sugár a függőlegessel φ szöget zár be, és így a pálya érintőjének a vízszintessel bezárt szöge is φ.



1. ábra

A kocsi sebességét ebben a pontban a mechanikai energia megmaradásából számolhatjuk:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR\cos\varphi \qquad \to \qquad v = \sqrt{2gR\cos\varphi},$$

a centripetális gyorsulás

$$a_{\mathrm{cp}} = \frac{v^2}{R} = 2g\cos\varphi,$$

a nyomóerő pedig

$$F_{\mathrm{n2}}(\varphi) = mg\cos\varphi + ma_{\mathrm{cp}} = 3mg\cos\varphi \qquad \to \qquad \frac{F_{\mathrm{n2}}(\varphi)}{mg} = 3\cos\varphi,$$

ahol $0 \leqslant \varphi \leqslant \alpha = 30^\circ$. Ennek az útszakasznak a teljes hossza

$$s_2 = R\alpha = \frac{\pi}{6}R \approx 10{,}5 \text{ m},$$

a φ szög és az E pontig megtett teljes s út kapcsolata pedig:

$$\varphi = \frac{s_1 + s_2 - s}{R} = \mathrm{ctg}\,\alpha + \alpha - \frac{s}{R}.$$

III. A harmadik szakaszon a kocsi $\ell = 2R$ úton egyenletesen lassulva megáll. A munkatétel alapján

$$2Rma = mgh \qquad \to \qquad a = \frac{g}{2}.$$

A kocsira ható erő ezen a szakaszon a súrlódás jelenléte miatt már nem merőleges a pályára. Az eredő erő a nehézségi erővel egyensúlyt tartó függőleges nyomóerő és a fékezést biztosító vízszintes súrlódási erő vektori eredője:

$$F_{\mathrm{n3}} = \sqrt{(mg)^2 + (ma)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}mg \qquad \to \qquad \frac{F_{\mathrm{n3}}}{mg} = \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}12.$$

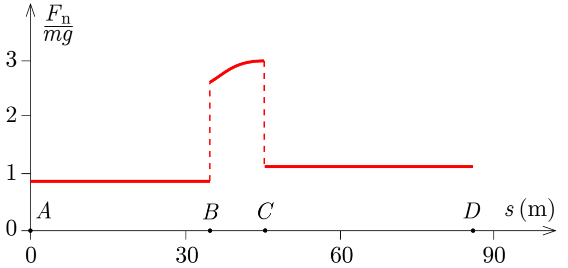
Ennek az útszakasznak a hossza

$$s_3 = \ell = 2R = 40\ \mathrm{m},$$

a teljes megtett út pedig

$$s_{\ddot{o}} = s_1 + s_2 + s_3 \approx 85\ \mathrm{m}.$$

Az I. és a III. szakaszon az „érzékelt” és „szokásos” súly aránya állandó, a szakaszok határán és a II. szakaszon viszont változik. A B pontban az arány ugrásszerűen megnő, közvetlenül utána $3\cos\alpha \approx 2{,}60$ az értéke. A körív mentén folyamatosan tovább növekszik, a C pont előtt közvetlenül lesz maximális, ekkor 3 az értéke. Ezután a C pontban ugrásszerűen lecsökken. Az arány a megtett út függvényében a *2. ábrán* látható.



2. ábra

Bernhardt Dávid (Bp. XVI. Ker. Szerb A. Gimn., 12. évf.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az ugrásszerűen változó gyorsuláshoz ugrásszerűen változó erőre van szükség, amelyet kellemetlen „zökkenésként” érzékelünk. Ezt a gyakorlatban (nemcsak a kalandparkokban, hanem az utakon és a vasúti pályákon is) úgy kerülik el, hogy a pályák egyenes szakaszai nem hirtelen váltanak át körívbe, hanem egy átmeneti szakaszon folyamatosan változik a görbületi sugár.

40 dolgozat érkezett. Helyes 9 megoldás. Kicsit hiányos (3–4 pont) 24, hiányos (1–2 pont) 3, hibás 4 dolgozat.

P. 5540. *Két azonos méretű poharat szobahőmérsékletű teával töltünk meg, majd az egyiket a hűtőbe, a másikat pedig a jóval hidegebb mélyhűtőbe helyezzük. Egy* *perc elteltével a poharakat kicseréljük, majd egy további percig új helyükön hagyjuk, végül mindkettőt kivesszük. Melyik pohár tartalma hűl le jobban a kísérlet során? A releváns hőátadási folyamatokra alkalmazható a Newton-féle lehűlési törvény, továbbá a hőátadási tényező a hűtő, illetve a mélyhűtő esetén azonosnak tekinthető.*

(5 pont) Dürer Verseny feladata nyomán

Megoldás. Legyen a két folyadék kezdeti hőmérséklete T_0, a hűtő hőmérséklete T_h, a mélyhűtőé pedig T_m. Először az első egy perces időszakra alkalmazzuk a Newton-féle lehűlési törvényt. A poharakban lévő folyadékok hőmérséklete ezen szakasz végén (az 1-es index azt a poharat jelöli, amelyet először a hűtőbe teszünk, a 2-es pedig azt, amelyet először a mélyhűtőbe):

$$T_1(t=1\text{ perc}) = T_\mathrm{h} + (T_0 - T_\mathrm{h})\mathrm{e}^{-\alpha t},$$
$$T_2(t=1\text{ perc}) = T_\mathrm{m} + (T_0 - T_\mathrm{m})\mathrm{e}^{-\alpha t}.$$

Most alkalmazzuk a második szakaszra (a második egy percre) is a lehűlési törvényt. Ekkor már az eredeti képletben szereplő T_0 hőmérséklet helyett az előző hűtéskor kapott hőmérsékletet kell beírnunk. A második szakasz végén a poharakban lévő italok hőmérséklete:

$$T_1(t=2\text{ perc}) = T_\mathrm{m} + (T_\mathrm{h} + (T_0 - T_\mathrm{h})\mathrm{e}^{-\alpha t} - T_\mathrm{m})\mathrm{e}^{-\alpha t}, \tag{1}$$
$$T_2(t=2\text{ perc}) = T_\mathrm{h} + (T_\mathrm{m} + (T_0 - T_\mathrm{m})\mathrm{e}^{-\alpha t} - T_\mathrm{h})\mathrm{e}^{-\alpha t}. \tag{2}$$

Vonjuk ki (2)-ből (1)-et, így:

$$\Delta T = T_\mathrm{h} + (T_\mathrm{m} + (T_0 - T_\mathrm{m})\mathrm{e}^{-\alpha t} - T_\mathrm{h})\mathrm{e}^{-\alpha t} - (T_\mathrm{m} + (T_\mathrm{h} + (T_0 - T_\mathrm{h})\mathrm{e}^{-\alpha t} - T_\mathrm{m})\mathrm{e}^{-\alpha t}).$$

A zárójeleket felbontva és rendezve:

$$\Delta T = T_\mathrm{h}\mathrm{e}^{-2\alpha t} - 2T_\mathrm{h}\mathrm{e}^{-\alpha t} + T_\mathrm{h} - T_\mathrm{m}\mathrm{e}^{-2\alpha t} + 2T_\mathrm{m}\mathrm{e}^{-\alpha t} - T_\mathrm{m},$$

majd a jobb oldalt szorzattá alakítva:

$$\Delta T = (\mathrm{e}^{-2\alpha t} - 2\mathrm{e}^{-\alpha t} + 1)(T_\mathrm{h} - T_\mathrm{m}) = (\mathrm{e}^{-\alpha t} - 1)^2(T_\mathrm{h} - T_\mathrm{m}).$$

A végső kifejezésben az első tényező nemnegatív (teljes négyzet), a második tényező pozitív, mivel a hűtő hőmérséklete biztosan magasabb, mint a mélyhűtőé. Így (ha $t > 0$) a szorzatuk is pozitív lesz. Ez azt jelenti, hogy a folyamat végén $T_2 > T_1$, tehát az a pohár hűlt le jobban, amelyet először a hűtőbe (majd utána a mélyhűtőbe) tettünk.

Klement Tamás, (Pécsi Leőwey Klára Gimn., 11. évf.)

Megjegyzés. Az eredmény független a hőátadást jellemző α paramétertől és a hűtés időtartamától. Csak az fontos, hogy a paraméterek a kétféle környezetre vonatkozóan azonosak legyenek.

55 dolgozat érkezett. Helyes 14 megoldás. Kicsit hiányos (3–4 pont) 10, hiányos (1–2 pont) 21, hibás 9, nem értékelt 1 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 433. Próbáljunk különböző tömegű kavicsokat vagy köveket minél messzebb dobni. Ábrázoljuk a dobás átlagos távolságát a tömeg függvényében. Mekkora tömegű kavicsot lehet a legmesszebb hajítani?

(6 pont) IYPT feladat nyomán

G. 857. Egy súrlódásmentes domb tetején áll egy kicsiny test. Ha kissé meglökjük, akkor 4 m/s sebességgel éri el a domb alját. Mekkora sebességgel érné el a lejtő alját, ha nem nyugalomból, hanem 3 m/s kezdősebességgel indítanánk el?

(3 pont)

G. 858. Három diák (Andi, Bandi és Cili) arról vitáznak, hogy hol kel fel és hol nyugszik le a Hold Magyarországon.

Andi: A nyugati horizonton kel és a keleti horizonton nyugszik, épp ellentétesen, mint a Nap.

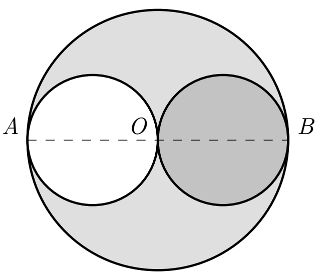
Bandi: A keleti horizonton kel és a nyugati horizonton nyugszik, akár a Nap.

Cili: A holdciklustól függően időnként a keleti, időnként a nyugati horizonton kel.

Kinek van igaza?

Megjegyzés: A diákok keleti (nyugati) horizont alatt a horizont észak-dél vonaltól keletre (nyugatra) eső részét értik.

(3 pont)



G. 859. Egy $R=2r$ sugarú, egyenletes tömegeloszlású körlemezből az *ábra* szerint az AOB átmérője mentén kivágtunk egy r sugarú körlemezt, és azt az AOB átmérő másik oldalán a lemezre fektettük. Hol van a kapott idom tömegközéppontja?

(4 pont) Közli: *Zsigri Ferenc,* Budapest

G. 860. Négy egyforma 1,5 V-os ceruzaelem közül kettőt-kettőt sorosan kötünk, majd ezeket párhuzamosan, és az így kapott összeállításhoz csatlakoztatunk egy $R=10\ \Omega$-os terhelést. A ceruzaelemek belső ellenállása $r=1\ \Omega$.

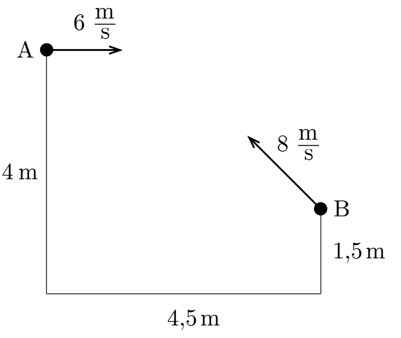
a) Adjuk meg az áramkör kapcsolási rajzát!

b) Mekkora áram folyik a terhelésen?

c) Vizsgáljuk meg, hogy milyen változással jár, ha először a két-két ceruzaelemet párhuzamosan kötjük, majd ezeket sorosan!

(3 pont)

P. 5580. Két testvér a lakásuk lépcsőházában (vízszintesen mérve) 4,5 m távolságból „zoknicsatázik” az *ábra* szerint. Anikó a pihenőről, 4 m magasságból 6 m/s, Bálint pedig 1,5 m magasságból, a vízszintessel 45°-os szöget bezáró 8 m/s kezdősebességgel dobja el a zoknigombócot. Határozzuk meg a két gombóc legkisebb távolságát, ha a gyerekek egyszerre dobták el azokat! (A közegellenállást ne vegyük figyelembe.)



(4 pont) Közli: *Kis Tamás,* Heves

P. 5581. Vékony, rugalmas acélszalagból két különböző sugarú karikát készítünk. A vízszintes asztalon csúszó karikákra (viszkózus jellegű) fékezőerő hat, ami arányos a karikák sugarával és a pillanatnyi sebességükkel. Ha a kisebbik karikát v_0 sebességgel meglökjük, akkor a teljes megállásig L_0 utat tesz meg. Lökjük meg az egyik karikát úgy, hogy nekiütközzön a kezdetben álló másiknak, és az ütközés előtt a sebessége v legyen. Egymástól milyen távolságra állnak meg a karikák, ha az ütközés rugalmas és

a) egyenes,

b) tetszőleges?

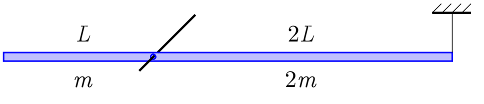
A karikák sem az ütközés előtt, sem utána nem forognak, méretük az ütközés után megtett utakhoz képest elhanyagolható.

(5 pont) Példatári feladat nyomán

P. 5582. A Cassini-űrszonda adatainak feldolgozásával látványos videó[4] készült, amelyen az látható, hogy a Jupiter Europa holdja „lehagyja” az Io nevű holdat. Ez látszólag ellentmond a Kepler-törvényeknek, hiszen a Jupiterhez közelebb lévő Io keringési sebessége nagyobb, mint a távolabbi Europa holdé. A paradoxon feloldása: a Cassini-szonda is mozgott, amikor a felvétel készült. Legfeljebb milyen messze lehet a Jupitertől egy, a bolygó körül keringő űrszonda, és milyen irányba kering, hogy egy ilyen furcsa „szerepcsere” létrejöjjön? Tekintsük úgy, hogy a holdak és az űrszonda közel azonos síkban, körpályákon keringenek.

(5 pont) Közli: *Gnädig Péter*, Vácduka

P. 5583. Az *ábrán* látható $3m$ tömegű és $3L$ hosszúságú vékony, homogén tömegeloszlású rúd az egyik végétől L távolságra lévő vízszintes tengely körül függőleges síkban súrlódásmentesen foroghat. A rudat a másik végéhez csatlakozó függőleges fonál segítségével vízszintesen tartjuk.



a) Mekkora erőt fejt ki a fonál és a tengely a rúdra ebben az egyensúlyi állapotban?

[4] https://www.flickr.com/photos/kevinmgill/44583965185/

b) A fonál elvágását követően mekkora lesz a rúd alsó végpontjának sebessége akkor, amikor a rúd a függőleges egyenesen halad át?

c) Mekkora ebben a pillanatban a tengely által kifejtett erő?

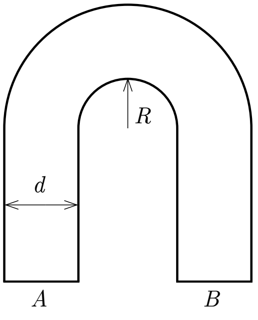
(4 pont) Közli: *Veres Dénes*, Szolnok

P. 5584. Egy szappanos vízbe mártott keret hártyájára zárt cérnahurkot teszünk, majd a hurok közepét egy tűvel kilyukasztjuk. A cérnahurok körré feszül. Adjuk meg a körben a feszítőerő nagyságát a sugár és a felületi feszültség függvényében!

(4 pont) Közli: *Gelencsér Jenő*, Kaposvár

P. 5585. Dugattyúval lezárt, jó hőszigetelésű hengerben lévő 2 liter, 20 °C hőmérsékletű, 10^5 Pa nyomású neongázt gyors mozdulattal összenyomunk. Mekkora lesz a gáz hőmérséklete, ha az összenyomáskor 40 J munkát végeztünk?

(3 pont) Közli: *Holics László*, Budapest



P. 5586. Egy négyzet keresztmetszetű üvegrudat az *ábrán* látható alakban meghajlítunk. Az A felületre merőlegesen beeső, párhuzamos fénynyaláb érkezik. Legalább mekkora az R/d arány, ha az A felületre eső fény teljes egészében a B felületen hagyja el az $n = 1{,}5$ törésmutatójú üvegrudat?

(4 pont) Közli: *Honyek Gyula,* Veresegyház

P. 5587. Lézersugárral világítsuk meg a Holdat a Föld felszínéről. A lézerforrást forgassuk meg annak tengelyére merőlegesen egy percenként 100 fordulatszámú motorral. Mekkora sebességgel mozog a lézerfolt a Hold felszínén? Összeegyeztethető-e az eredmény a relativitáselméletben tanultakkal? A Föld légkörének hatását hanyagoljuk el.

(4 pont) Közli: *Széchenyi Gábor*, Budapest

P. 5588. Egy R sugarú, vékony, $+Q$ töltéssel egyenletesen töltött szigetelőgyűrű vízszintes síkban helyezkedik el. A rögzített gyűrű átmérője mentén (pl. egy kifeszített horgászzsinóron) egy $+q$ töltésű, m tömegű pontszerű test mozoghat súrlódásmentesen. A pontszerű testet egyensúlyi helyzetéből kicsit kitérítjük. Mekkora a bekövetkező kis rezgések periódusideje?

(6 pont) Közli: *Vigh Máté*, Biatorbágy

❄

Beküldési határidő: 2024. október 15.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄

Eötvös-verseny

Az idei Eötvös-versenyt

2024. október 11-én

pénteken délután 15^{h}-tól 20^{h}-ig rendezi meg az Eötvös Loránd Fizikai Társulat.

A versenyen azok a diákok vehetnek részt, akik vagy középiskolai tanulók, vagy a verseny évében fejezték be középiskolai tanulmányaikat. Nemcsak magyar állampolgárságú versenyzők indulhatnak, hanem Magyarországon tanuló külföldi diákok, valamint külföldön tanuló, de magyarul értő diákok is.

A megoldásokat magyar nyelven kell elkészíteni, a rendelkezésre álló idő 300 perc. Minden írott vagy nyomtatott segédeszköz használható, de hagyományos (nem programozható) zsebszámológépen kívül minden elektronikus eszköz használata tilos.

Előzetesen jelentkezni nem kell, elegendő egy személyazonosság igazolására szolgáló okmánnyal (személyi igazolvány, diákigazolvány vagy útlevél) megjelenni a verseny valamelyik helyszínén.

A helyszínek és a versennyel kapcsolatos minden további információ megtalálható a verseny honlapján: `http://eik.bme.hu/~vanko/fizika/eotvos.htm`

Versenybizottság

MATHEMATICAL AND PHYSICAL JOURNAL FOR SECONDARY SCHOOLS (Volume 74. No. 6. September 2024)

Problems in Mathematics

New exercises for practice – competition K (see page 348): **K. 819.** Kati has written the number $+1$ ten times on the blackboard. In each move she can change the sign of five numbers on the board. She can repeat this move an arbitrary number of times. Is it possible that after a series of moves she will end up with nine $+1$'s and a single -1 on the board? If the answer is yes, find the minimum number of moves needed. **K. 820.** In the family Tóth, the number of children is 6. The average of the ages of the boys is 20 years, and the average of the ages of the girls is 12 years. Interestingly, each child has a twin sibling of the same sex. Find the age of each child. **K. 821.** A cylindrical, open-top container was placed inside a cubic, open-top container with a side length of 1 meter, and it was fixed to the bottom of the cubic container. Water flows uniformly from a tap into the cubic container. We observe that the water level on the wall of the cube rises steadily for 10 minutes, then stops rising for 10 minutes, and then when it starts to rise again, it takes another 20 minutes for the cubic container to fill completely. Find the radius of the base and the height of the cylindrical container. **K/C. 822.** Kati has to calculate the area of the cyclic pentagon in the diagram (see *figure* on page 348). The lengths of the sides measured in cm are given in the diagram. Kati obtained the result $30+10{,}5\sqrt{30}$ cm^2.

Has she calculated correctly? **K/C. 823.** We translate each side line of a convex 2024-gon perpendicularly to the given side by 4 units to obtain another convex 2024-gon. Prove that the perimeter of the new 2024-gon is longer by at least 25 units than the perimeter of the original polygon.

New exercises for practice – competition C (see page 349): **Exercises up to grade 10: K/C. 822.** See the text at Exercises **K**. **K/C. 823.** See the text at Exercises **K**. **Exercises for everyone: C. 1818.** How many quintuples of integers satisfy equality $k\cdot ö\cdot m\cdot a\cdot l=-130$ if the order of the integer counts? (Proposed by *Katalin Abigél Kozma*, Győr) **C. 1819.** Let $ABCD$ be a unit square, and let k be the circle with center A and radius AC. Let E and F be the points of intersection of circle k and rays AB and AD, respectively. Let line EF intersect BC at point G, and let H be the reflection of point B across line AG. Find the length of line segment HE in the given unit. (Proposed by *Dániel Hegedűs*, Gyöngyös) **C. 1820.** Prove that if a, b, $c>0$ and $a+b+c=1$, then *a)* $\frac{1-a^2}{b+c}+\frac{1-b^2}{c+a}+\frac{1-c^2}{a+b}=4$, *b)* $\frac{1-a^3}{b+c}+\frac{1-b^3}{c+a}+\frac{1-c^3}{a+b}\geqslant\frac{13}{3}$.(Proposed by *Mihály Bencze*, Brașow) **Exercises upwards of grade 11: C. 1821.** Jules and Jim play with a fair die. If the result of the roll is a composite number, Jim gets a point, otherwise Jules gets a point. The game ends when one of the players collected six points. Find the probability that the result will be $6:3$ for the winning player. (Proposed by *Katalin Abigél Kozma*, Győr) **C. 1822.** The diagonals AC and BD of convex quadrilateral $ABCD$ intersect each other at point M. Let positive integers a, b, c and d be the areas of the resulting triangles ABM, BCM, CDM and DAM, respectively. *a)* Prove that the product $a\cdot b\cdot c\cdot d$ is a perfect square. *b)* Suppose that there are exactly two distinct odd primes among a, b, c and d. Find the values of a, b, c and d such that the area of the quadrilateral $ABCD$ is the smallest possible perfect square. (Proposed by *Bíró Bálint*, Eger)

New exercises – competition B (see page 350): **B. 5398.** In trapezoid $ABCD$ the bases are $AB\parallel CD$ and $\angle ADC-\angle CBA=90^\circ$. Prove that the sum of the squares of the legs equals the difference of the squares of the bases. *(3 points)* (Proposed by *Miklós Oláh*, Szilágykraszna) **B. 5399.** A five-digit perfect square does not contain the digit 9. If we increase each of its digits by 1, we get another perfect square. Find all possible perfect squares with this property. *(3 points)* (Proposed by *Géza Kiss*, Csömör) **B. 5400.** In a 3×3 magic square we increased one of the nine entries by 1. Find the least number of additional entries that has to be changed to obtain a magic square again. (The 3×3 magic square is a number grid in which all three numbers in each of the rows, columns, and diagonals add up to the same number.) *(4 points)* (Proposed by *Máté Juhász*) **B. 5401.** Find the biggest possible value of product mn, provided that m, n and $\sqrt{25+\sqrt{n+\sqrt{m}}}+$ $+\sqrt{25-\sqrt{n+\sqrt{m}}}$ are all positive integers. *(4 points)* (Proposed by *Attila Sztranyák*, Budapest) **B. 5402.** The side lengths a, b and c of a triangle satisfy $a^2+b^2+c^2=a^2b^2c^2$. Prove that the area of the triangle is at most $\frac{3}{4}$, and if equality holds, then the triangle is equilateral. *(5 points)* (Proposed by *Mihály Hujter*, Budapest) **B. 5403.** Suppose that the edges of a simple, connected k-regular $(k\geq 2)$ graph G can be colored with k colors such that the colors of the edges meeting at any given vertex are all different. Prove that if we delete any edge from G, the resulting graph will still be connected. *(5 points)* (Proposed by *Bálint Hujter*, Budapest) **B. 5404.** The altitudes of the acute triangle ABC are AT_A, BT_B and CT_C. The midpoints of the sides BC, CA and AB are F_A, F_B and F_C, respectively. Let r denote the radius of the inscribed circle and let P_A denote the point on altitude AT_A satisfying $AP_A=r$. Points P_B and P_C are defined similarly. Prove that line segments F_AP_A, F_BP_B and F_CP_C are concurrent. *(6 points)* (Proposed by *Géza Kiss*, Csömör)

B. 5405. Positive integers $a_1, a_2, \ldots, a_n$ and $b_1, b_2, \ldots, b_n$ satisfy the following property: for all indices $i < j \leqslant n$ the greatest common divisor of b_i and b_j does not divide difference $(a_i - a_j)$. Prove that $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{b_i} \leqslant 1$. *(6 points)* (Proposed by *Boldizsár Varga*, Budapest)

New problems – competition A (see page 351): **A. 884.** We fill in an $n \times n$ table with real numbers such that the sum of the numbers in each row and each coloumn equals 1. For which values of K is the following statement true: if the sum of the absolute values of the negative entries in the table is at most K, then it's always possible to choose n positive entries of the table such that each row and each coloumn contains exactly one of the chosen entries. (Proposed by *Dávid Bencsik*, Budapest) **A. 885.** Let triangle ABC be a given acute scalene triangle with altitudes BE and CF. Let D be the point where the incircle of $\triangle ABC$ touches side BC. The circumcircle of $\triangle BDE$ meets line AB again at point K, the circumcircle of $\triangle CDF$ meets line AC again at point L. The circumcircle of $\triangle BDE$ and $\triangle CDF$ meet line KL again at X and Y, respectively. Prove that the incenter of $\triangle DXY$ lies on the incircle of $\triangle ABC$. (Proposed by *Luu Dong*, Vietnam) **A. 886.** Let k and n be two given distinct positive integers greater than 1. There are finitely many (not necessarily distinct) integers written on the blackboard. Kázmér is allowed to erase k consecutive elements of an arithmetic sequence with a difference not divisible by k. Similarly, Nándor is allowed to erase n consecutive elements of an arithmetic sequence with a difference that is not divisible by n. The initial numbers on the blackboard have the property that both Kázmér and Nándor can erase all of them (independently from each other) in a finite number of steps. Prove that the difference of biggest and the smallest number on the blackboard is at least $\varphi(n) + \varphi(k)$, where φ denotes Euler's totient function, i.e., $\varphi(n)$ is the number of positive integers not exceeding n that are coprime to n. (Proposed by *Boldizsár Varga*, Budapest)

Problems in Physics

(see page 394)

M. 433. Try to throw pebbles or stones of different mass as far as possible. Plot the average distance of the throws as a function of the mass. What is the mass of that stone which you can throw the furthest?

G. 857. A small body is at rest on the top of a frictionless hill. If it is gently pushed, it will reach the bottom of the hill at a speed of 4 m/s. At what speed would it reach the bottom of the slope if it were not started at rest but at an initial speed of 3 m/s? **G. 858.** Three students (Ann, Bob and Cecily) are discussing where the Moon rises and sets in Hungary. Ann: It rises on the western horizon and sets on the eastern horizon, just the opposite of the Sun. Bob: It rises on the eastern horizon and sets on the western horizon, like the Sun. Cecily: Depending on the lunar cycle, it sometimes rises on the eastern horizon and sometimes on the western horizon. Who is right? *Note:* Students use the term eastern (western) horizon to refer to the part of the horizon towards the east (towards the west) of the north-south line in the horizon. **G. 859.** From a circular plate of radius $R = 2r$, which has uniform mass distribution, another circular plate of radius r was cut off along the diameter AOB as shown *in the figure*. This smaller plate was laid on the bigger one on the other side of the diameter AOB. Where is the centre of mass of the resulting object? **G. 860.** We have four identical 1.5 V AA batteries. Two and two are connected in series, and then these series pairs are connected in parallel and a load of resistance $R = 10\ \Omega$ is connected to the battery system. The internal resistance of each battery is $r = 1\ \Omega$. *a)* Draw the schematic figure of the circuit. *b)* What is the current through the load? *c)* Investigate the changes that occur if first two and two batteries are connected in parallel an then these parallel battery systems are connected in series.

P. 5580. Two siblings, Anne and Brian are "fighting" with sock balls in the stairwell of their house, from a distance of 4.5 m (measured horizontally) as shown in the *figure*. Anne throws the sock ball from the landing at a height of 4 m with an initial horizontal velocity of 6 m/s and Brian throws the sock ball from a height of 1.5 m with an initial velocity of 8 m/s, making an angle of 45° with the horizontal. Find the minimum distance between the two sock balls if the children threw them at the same time. (Neglect air resistance.) **P. 5581.** Two rings of different radii are made from thin, flexible steel strips. Each ring slides on a horizontal tabletop, and there is a retarding (viscous-type) force exerted on each, which is proportional to the radius of the ring and to the instantaneous speed of the ring. If the smaller ring is started at v_0, it travels a distance of L_0 until it stops. Push one of the rings so that it collides with the initially stationary other ring such that its velocity before the collision is v. What is the distance between the rings when both stop, if the collision is elastic and *a)* along a straight line, *b)* oblique? The rings do not rotate either before or after the collisions, and their size is negligibly small with respect to the distances they travel after the collisions. **P. 5582.** Using the data from the Cassini spacecraft, a spectacular video[5] has been produced, which shows how Jupiter's moon Europa "overtook" the moon Io. This appears to contradict Kepler's laws, since Io, which is closer to Jupiter, has a higher orbital speed than the more distant moon Europa. The resolution to the paradox is the fact that the Cassini probe was also moving when the image was taken. At most how far away from Jupiter can a spacecraft orbiting the planet be, and in what direction should it move, to make such a strange "role reversal"? Consider the moons and the spacecraft orbiting in nearly the same planes along circular paths. **P. 5583.** A thin, uniform-density rod of mass $3m$ and of length $3L$, shown in the *figure*, can rotate frictionlessly in a vertical plane about a horizontal axle, which is at a distance of L from one of the ends of the rod. The rod is held horizontal by a vertical thread attached to the other end. *a)* What is the tension in the thread, and the force exerted on the rod by the axle, in this position? *b)* After the thread is cut, what will the velocity of the lower endpoint of the rod be as the rod passes the vertical position? *c)* What is the force exerted by the axle at this moment? **P. 5584.** Place a closed loop of thread on a soap-film formed on a frame, which was dipped in soapy water. Then pierce the centre of the loop with a pin. The thread loop is stretched into a circle. Determine the tension in the circular thread as a function of the radius of the circle and the surface tension. **P. 5585.** In a well-insulated cylinder sealed with a piston, a sample of initially 2 litres of neon gas at a temperature of 20 °C and at a pressure of 10^5 Pa is compressed with a quick movement. What will be the temperature of the gas if 40 J of work is done during the compression? **P. 5586.** A glass rod, which has a square cross section, is bent to the shape shown in the figure. A parallel beam of light is incident perpendicular to surface A. What is the least ratio of R/d, if all the light incident on surface A leaves the glass rod through surface B? The refractive index of the glass is $n = 1.5$. **P. 5587.** Shine a laser beam on the Moon from the surface of the Earth. Rotate the laser source perpendicular to its axis with a motor at an angular speed of 100 min^{-1}. What is the speed at which the laser spot moves on the surface of the Moon? Is the result consistent with what we have learned in relativity? The effect of the Earth's atmosphere is negligible. **P. 5588.** A thin insulating ring of radius R, uniformly charged with $+Q$, is placed in a horizontal plane. Along the diameter of the fixed ring (e.g. along a stretched fishing line), a point-like body with a charge $+q$ and mass m can move frictionlessly. The point-like body is slightly displaced from its equilibrium position. What is the period of the small oscillations that occur?

[5] https://www.flickr.com/photos/kevinmgill/44583965185/